08/10/14 Nom :… **CONTRÔLE N°2** PS 5

Exercice 1 :
Question de cours : Démontrer la propriété suivante :
" *La fonction racine carrée est strictement croissante sur* $[0;+\infty[$ ".

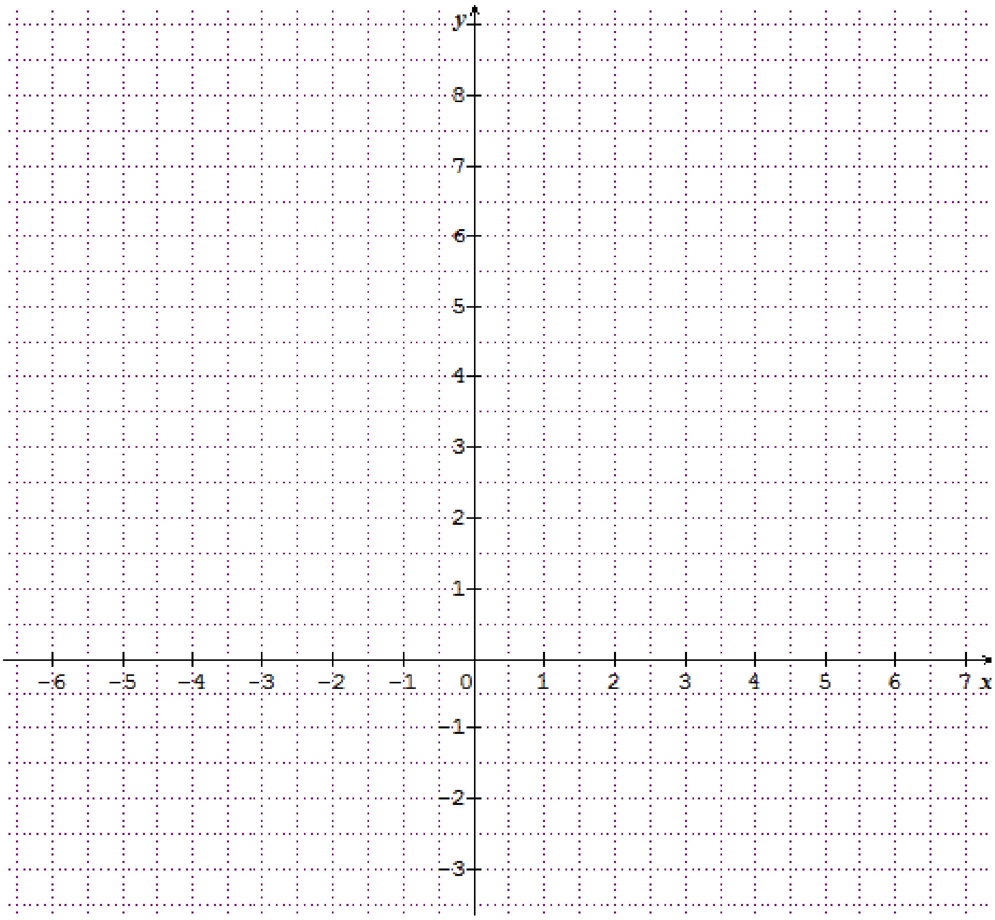
Exercice 2 :
Remarque : *Dans cet exercice, on s'appliquera à bien mettre le problème en équation et on donnera la solution sous forme exacte (ce qui exclu l'usage du programme de votre calculatrice).*
Déterminer un nombre positif tel que la différence avec son inverse soit égale à 1.

Exercice 3 :
Remarque : *Dans cet exercice, on s'appliquera à bien mettre le problème en équation et on pourra utiliser si besoin le programme de votre calculatrice (mais on peut aussi faire sans).*
On dispose de 3 tuyaux de débit constant pour remplir la piscine.
Avec les deux premiers utilisés simultanément, il faut le même temps que pour la remplir avec le troisième tuyau seul.
Le deuxième tuyau remplit la piscine en 3 h de moins que le premier et en 1 h de plus que le troisième.
Combien de temps faut-il pour remplir la piscine avec le deuxième tuyau seul ?
On rappelle la relation liant volume (V), débit(d) et temps(t) : $V = d \times t$. (On fera attention aux unités).

Exercice 4 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left|\frac{1}{2}x + 1\right| + |x - 2|$$

1. Donner, suivant les valeurs de x, l'expression de $f(x)$ sans les valeurs absolues.
2. Représenter graphiquement la fonction f ci-dessous.



3. (a) Déterminer par lecture graphique les antécédents de 5 par la fonction f. On fera apparaitre les tracés nécessaires.
   (b) Déterminer par une résolution algébrique les antécédents de 5 par la fonction f.

Exercice 5 :

1. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout réel x :

$$(x-2)(ax^2+bx+c)=x^3-6x^2+11x-6$$

2. Dresser le tableau de signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=x^3-6x^2+11x-6$$

3. En déduire l'ensemble de solutions de l'inéquation :

$$x^3-6x^2+11x-6\geqslant 0$$

Exercice 6 :

1. On veut écrire un algorithme qui détermine le plus petit entier i supérieur ou égal à la racine carrée d'un entier n donné.
   Attention, pour pimenter notre travail, on s'interdit d'utiliser la fonction racine carrée.
   Voici ci-dessous l'ébauche de cet algorithme. Compléter-le.

```
Variables:
  n, i des nombres
Programme:
Demander à l'utilisateur la valeur de n
Affecter à i la valeur 0
Tant que (        ...        ) faire :
  |          ...
Fin du tant que
Afficher          ...
```

2. Écrire un algorithme qui demande à l'utilisateur la valeur d'un nombre x, qui stocke alors dans une variable y le nombre $|x+3|$ et qui affiche finalement le nombre y.
   Attention : pour pimenter notre travail, on s'interdit d'utiliser la fonction valeur absolue.

Corrigé de l'exercice 1 Dans le cours.

Corrigé de l'exercice 2 Notons x un tel nombre. Il vérifie :

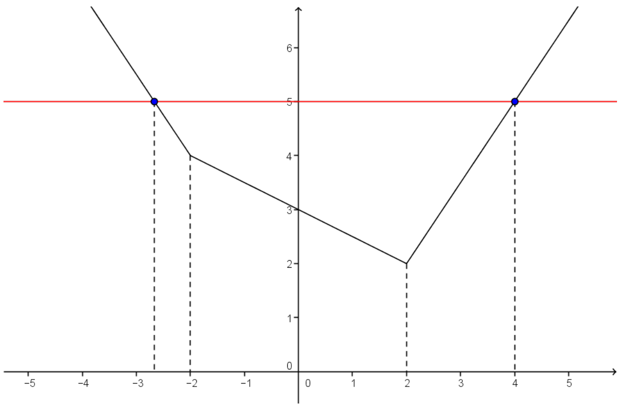
$$\left\{\begin{array}{rcl} x & \geqslant & 0 \\ x - \dfrac{1}{x} & = & 1 \qquad \text{(E)} \end{array}\right.$$

L'équation (E) est équivalente à :$x^2 - x - 1 = 0$ dont la solution positive est $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3 Fait en devoir maison et corrigé en classe

Corrigé de l'exercice 4 :

1. Sur $]-\infty;-2[$, $f(x) = -\frac{1}{2}x - 1 - x + 2 = -\frac{3}{2}x + 1$.
   Sur $[-2;2]$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 - x + 2 = -\frac{1}{2}x + 3$.
   Sur $]2;+\infty[$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + x - 2 = \frac{3}{2}x - 1$.
2. La figure obtenue est alors :



3. Par lecture graphique, on lit les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 5$ (en rouge ci-dessus). On trouve $-2{,}6$ et 4.
   Par résolution algébrique, on doit discriminer les cas :
   Sur $]-\infty;-2[$, on doit résoudre l'équation $-\frac{3}{2}x + 1 = 5$. Ce qui donne comme solution $-\frac{8}{3}$ qui est bien dans l'intervalle $]-\infty;-2[$.
   Sur $[-2;2]$, on doit résoudre $-\frac{1}{2}x + 3 = 5$. La solution -4 n'est pas dans l'intervalle $[-2;2]$: ce n'est pas une solution de l'équation.
   Sur $]2;+\infty[$ ...

Corrigé de l'exercice 5 :

1. $$\begin{aligned}(x-2)(ax^2+bx+c) &= ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c\\ &= ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c\end{aligned}$$

   On en déduit que $\begin{cases} a &= 1\\ b-2a &= -6\\ c-2b &= 11\\ -2c &= -6\end{cases}$ d'où on tire : $a=1$, $b=-4$ et $c=3$.

   Ainsi $x^3-6x^2+11x-6=(x-2)(x^2-4x+3)$.

2. On détermine ensuite les racines du trinôme du second degré : 1 et 3. D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-4x+3		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$(x-2)(x^2-4x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

3. $\mathscr{S}=[1;2]\cup[3;+\infty[$.

Corrigé de l'exercice 2 :

1. Un exemple de boucle conditionnelle : **Tant que**.

```
Variables:
  n, i des nombres
Programme:
Demander à l'utilisateur la valeur de n
Affecter à i la valeur 0
Tant que ( i × i < n ) faire :
    | Affecter à i la valeur i + 1
Fin du tant que
Afficher i
```

2. Un exemple d'instruction conditionnelle : **Si, Alors, Sinon**.

```
Variables:
  x, y des nombres
Programme:
Demander à l'utilisateur la valeur de x
Si ( x < −3 ) alors :
    | Affecter à y la valeur −x − 3
Fin du si
Sinon :
    | Affecter à y la valeur x + 3
Fin du sinon
Afficher y
```