Bien comprendre les bases

Étudier la partie I. du poly de cours.

Exercice 1 : ***Fonction exponentielle et logarithme népérien d'un réel strictement positif***

1) Résoudre les équations suivantes : $\mathrm{e}^x + 2 = 3$ $\quad 4\,\mathrm{e}^x - 2 = 2\,\mathrm{e}^x + 6$ $\quad \mathrm{e}^{x-2} = 5$

2) Sans utiliser de calculatrice simplifier les expressions suivantes : $\mathrm{e}^{\ln 4}$ $\quad \ln\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}^6}\right)$ $\quad \mathrm{e}^{1+\ln 3}$

Exercice 2 : ***Fonction exponentielle et logarithme népérien d'un réel strictement positif . . . encore***

Faire les exercices 29 p 150 puis 16 et 18 p 149 du manuel.

Étudier la partie II. du poly de cours.

Exercice 3 : ***Autour de la fonction*** $\ln$

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f, g et h telles que :

$f(x) = \ln(-3x)$ $\quad g(x) = \ln(2x - 6)$ $\quad h(x) = \ln(x^2)$

2) Résoudre les (in)équations suivantes : $\ln x = 3$ $\quad \ln x \leqslant 3$ $\quad \ln(x - 7) > 2$

3) Étudier le signe des expressions suivantes :

$A(x) = x^4 \ln(0{,}5)$ $\quad B(x) = -5\,\mathrm{e}^x \ln(2x - 4)$ $\quad C(x) = (5x^2 - x)\ln(-2x)$

Exercice 4 : ***Autour de la fonction*** $\ln$ ***. . . encore***

Faire les exercices 33 a)d), 34 a), 35 f) et 40 p 149 du manuel.

Étudier la partie III. du poly de cours.

Exercice 5 : ***En utilisant la relation fonctionnelle et ses conséquences***

1) Simplifier les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice :

$\mathrm{e}^{\ln 4 + \ln 5}$ $\quad 3\ln 2 - \ln 6 + 2\ln 2$ $\quad \ln\left(\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}\right)$

2) Résoudre les (in)équations suivantes :

$\ln(x + 2) + \ln 3 = \ln 2x$ $\quad x^3 = 12$ $\quad 3 + 2x^5 = 9$

Exercice 6 : ***Avec la relation fonctionnelle . . . encore***

1) Faire les exercices 56 a)b), 57 c)d)i), 58 c)e) p 151 du manuel.

2) Faire les exercices 65, 67, 72 a)e)f) p 152 du manuel.

Étudier la partie IV. du poly de cours.

Exercice 7 : ***Dérivées et primitives***

1) a) Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f : x \mapsto 4x + 3\ln x$

b) Déterminer la dérivée de la fonction g définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $g : x \mapsto \dfrac{5\ln x}{x^2}$

2) Établir le tableau de variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h : x \mapsto 5x + 2\ln x$

3) Soit w la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $w : x \mapsto \dfrac{5}{x} - 6x^2$

a) Déterminer une primitive W de w sur $\mathbb{R}_+^*$.

b) Calculer la valeur moyenne de w entre 1 et 10.

Exercice 8 : ***Dérivées et primitives . . . encore***

1) Faire les exercices 44 b) et 51 pp 150-151

2) Faire les exercices 28 h) et 29 c) p 192

Objectif bac

Exercice 9 : ***Recherche de seuil***

Faire l'exercice 97 p 155

Exercice 10 : ***Encore une recherche de seuil***

Faire l'exercice 96 p 155

Exercice 11 : ***Un problème ouvert donné au bac l'an passé***

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 3x - 3x\ln(x)$
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé et T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Quelle est la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T ?

Exercice 12 : ***Un exercice donné au bac***

Faire l'exercice 124 p 159 du manuel

Exercice 13 : ***Un exercice donné au bac l'an passé***

Les parties A et B ne sont pas indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[1\,;11]$ par $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 15\ln x$

1) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2+2x+15}{x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;11]$. On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.

3) **a)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1\,;11]$.

b) Donner une valeur approchée de α à $0{,}01$ près.

c) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[1\,;11]$.

4) **a)** On considère la fonction F définie sur $[1\,;11]$ par $F(x) = -\dfrac{1}{6}x^3 + x^2 - 15x + 15x\ln x$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $[1\,;11]$.

b) Calculer $\displaystyle\int_1^{11} f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera le résultat exact puis sa valeur arrondie au centième.

c) En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;11]$. (On donnera la valeur arrondie au centième.)

Partie B

Une société fabrique et vend des chaises de jardin. La capacité de production mensuelle est comprise entre 100 et $1\,100$ chaises. Le bénéfice mensuel réalisé par la société est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x représente le nombre de centaines de chaises de jardin produites et vendues et $f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros.
On précise qu'un bénéfice peut être positif ou négatif, ce qui correspond, dans ce deuxième cas, à une perte.

1) Quelles quantités de chaises la société doit-elle produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel positif ?

2) Déterminer le nombre de chaises que la société doit produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel maximal.