Corrigé _ Test _ Loi binomiale
Probabilités conditionnelles

Exercice 1

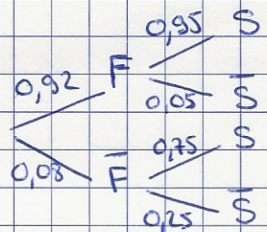
1) Construction d'un arbre pondéré associé à cette situation.

a) D'après l'énoncé : $\boxed{P(F)=0{,}92 \quad P_F(S)=0{,}95 \quad \text{et} \quad P(\overline{F}\cap\overline{S})=0{,}02}$

b) $P_{\overline{F}}(\overline{S})=\dfrac{P(\overline{F}\cap\overline{S})}{P(\overline{F})}=\dfrac{P(\overline{F}\cap\overline{S})}{1-P(F)}=\dfrac{0{,}02}{1-0{,}92}=\dfrac{0{,}02}{0{,}08}$

donc $\boxed{P_{\overline{F}}(\overline{S})=\dfrac{1}{4}}$

c) Cette situation est représentée par l'arbre pondéré suivant :



D'après la loi des noeuds :

$P_F(\overline{S})=1-P_F(S)=0{,}05$

$P_{\overline{F}}(S)=1-P_{\overline{F}}(\overline{S})=0{,}75$

2) Calcul de probabilités

a) F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers
donc, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$P(S)=P(F\cap S)+P(\overline{F}\cap S)$

$P(S)=P(F)\times P_F(S)+P(\overline{F})\times P_{\overline{F}}(S)$

$P(S)=0{,}92\times0{,}95+0{,}08\times0{,}75$

donc $\boxed{P(S)=0{,}934}$

b) $P_S(F)=\dfrac{P(F\cap S)}{P(S)}=\dfrac{P(F)\times P_F(S)}{P(S)}=\dfrac{0{,}92\times0{,}95}{0{,}934}$

donc $\boxed{P_S(F)\simeq0{,}936}$

3) Étude d'une variable aléatoire B

a) B est la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.
donc B peut prendre les valeurs 0, 5 et 10.

$P(B=10)=P(F\cap S)=P(F)\times P_F(S)=0{,}92\times0{,}95=0{,}874$

$P(B=5)=P(\overline{F}\cap S)=P(\overline{F})\times P_{\overline{F}}(S)=0{,}08\times0{,}75=0{,}06$

donc $P(B=0)=1-P(B=10)-P(B=5)=0{,}066$

donc la loi de probabilité de B est donnée par le tableau suivant :

$B=b_i$	0	5	10
$P(B=b_i)=$	0,066	0,06	0,874

b) $E(B)=\sum_{i=1}^{3} b_i\times P(B=b_i)$ $\quad E(B)=0\times0{,}066+5\times0{,}06+10\times0{,}874$

$E(B)=8{,}74+0{,}3$

$\boxed{E(B)=9{,}04}$ (le bénéfice moyen par jouet est 9,04€)

4) Etude d'une nouvelle variable aléatoire

Le prélèvement d'un jouet au hasard est une épreuve de Bernoulli dont l'évènement succès est S "le jouet réussit le test de solidité" de probabilité $p = P(S) = 0{,}934$.
Un lot de 10 jouets est prelevé, donc l'épreuve est répétée 10 fois de manière identique et indépendante, donc $n = 10$.
X est la variable aléatoire qui donne le nombre de jouets de ce lot subissant avec succès le test de solidité.
donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}934$.

$P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)$

$P(X \geq 8) = \binom{10}{8} \times 0{,}934^8 \times (1 - 0{,}934)^2 + \binom{10}{9} \times 0{,}934^9 \times (1 - 0{,}934)^1 + \binom{10}{10} \times 0{,}934^{10} \times (1 - 0{,}934)^0$

$P(X \geq 8) = 45 \times 0{,}934^8 \times 0{,}066^2 + 10 \times 0{,}934^9 \times 0{,}066 + 1 \times 0{,}934^{10} \times 1$

donc $\boxed{P(X \geq 8) \simeq 0{,}976}$

Exercice 2

1) Soit A l'évènement "le circuit A est défaillant"

$P(A) = P(D_1 \cap D_2)$
or D_1 et D_2 sont indépendants
donc $P(A) = P(D_1) \times P(D_2)$
$P(A) = 0{,}39 \times 0{,}39$
$\boxed{P(A) = 0{,}1521}$

2) Soit B l'évènement "le circuit B est défaillant"

$P(B) = P(D_1 \cup D_2)$
$P(B) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2)$
$P(B) = 0{,}39 + 0{,}39 - 0{,}1521$
$\boxed{P(B) = 0{,}6279}$

Exercice 3

1. VRAI

2. VRAI

3. VRAI

4. VRAI