Test probabilités du 20 / 03 / 2018 1ères S1

Exercice 1 7 points

Une entreprise fabrique des puces électroniques qui peuvent présenter deux défauts . Une étude a montré que :
20% des pièces présentent le défaut A (au moins).
24% des pièces présentent le défaut B (au moins).
15% des pièces présentent les 2 défauts.
Calculer la probabilité des événements suivants :
E : la puce a au moins l'un des 2 défauts
F : la puce a un défaut et un seul
G : la puce a le défaut A seulement
H : la puce a le défaut B seulement
I : la puce n'a aucun des 2 défauts.
Vous pouvez faire un schéma pour justifier vos réponses.

Exercice 2 8 points

Une urne contient trois boules indiscernables au toucher :une rouge , une verte et une bleue.
On tire au hasard et successivement 2 boules, on note les couleurs obtenues dans l'ordre des tirages le 1ère boule étant replacée dans l'urne avant le second tirage.

1) Faire un arbre pondéré associé à cette expérience ; Calculer les probabilités de chacune des issues.

2) On instaure la règle suivante : le tirage d'une boule rouge rapporte 1 point, celui d'une boule verte 2 points, et celui d'une boule bleue fait perdre 3 points.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire T définie par la somme des points marqués dans l'expérience précédente.

3) Calculer E(T). Le jeu est-il équitable ?

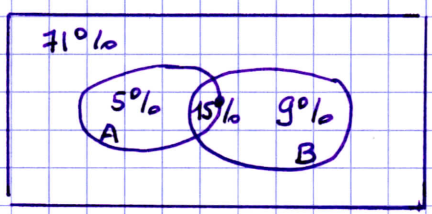
Exercice 3 5 points

On lance 5 fois une pièce équilibrée.
Si les cinq faces obtenues sont identiques, le joueur gagne 45€. Dans tous les autres cas il a perdu.
1) Quelle est la probabilité que le joueur gagne ?

2) Quelle doit être la mise initiale du joueur pour que ce jeu soit équitable ?

CORRIGÉ TEST PROBABILITÉS

Exercice 1



$0,2 - 0,15 = 0,05$
5% des pièces ont uniquement le défaut A

$0,24 - 0,15 = 0,09$
9% des pièces ont uniquement le défaut B

donc $1 - (0,05 + 0,15 + 0,09) = 1 - 0,29 = 0,71$
71% des pièces n'ont aucun défaut

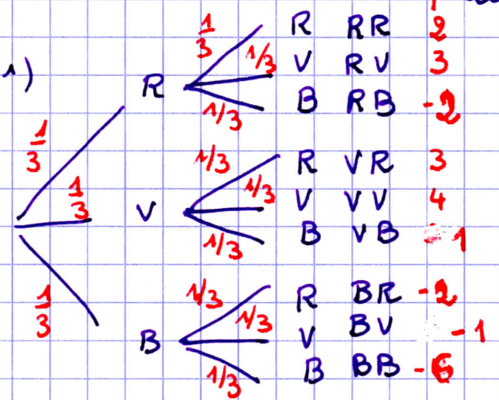
$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,24 - 0,15 = 0,44 - 0,15$
$\underline{P(E) = 0,29}$

$P(F) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,29 - 0,15$
$\underline{P(F) = 0,14}$

$P(G) = P(A) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,15 = 0,05$ $\underline{P(G) = 0,05}$
$P(H) = P(B) - P(A \cap B) = 0,24 - 0,15 = 0,24 - 0,15 = 0,09$ $\underline{P(H) = 0,09}$
$P(I) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - 0,29 = 0,71$ $\underline{P(I) = 0,71}$

Exercice 2

1)



Les boules sont indiscernables au toucher : cas d'équiprobabilité donc chacune des boules a une probabilité de $\frac{1}{3}$ d'être choisie

Le second tirage est avec remise donc le second tirage est indépendant du 1er

D'après la propriété de l'arbre pondéré

$P(RR) = P(RV) = P(RB) = P(VR) = P(VV) = \dots = P(BB)$
$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

2) $\Omega_T = \{-6 ; -2 ; -1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

$P(T = -6) = P(BB) = \frac{1}{9}$ $P(T = -2) = P(RB) + P(BR) = \frac{2}{9}$

$P(T = -1) = P(VB) + P(BV) = \frac{2}{9}$ $P(T = 2) = P(RR) = \frac{1}{9}$ $P(T = 3) = P(RV) + P(VR) = \frac{2}{9}$

$P(T = 4) = P(VV) = \frac{1}{9}$

Loi de probabilité

T	-6	-2	-1	2	3	4
$P(T = t_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

3) $E(T)$

$E(T) = \sum_{i=1}^{n} p_i t_i = -6 \times \frac{1}{9} - 2 \times \frac{2}{9} - 1 \times \frac{2}{9} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{2}{9} + 4 \times \frac{1}{9} = 0$

$\underline{E(T) = 0 \text{ le jeu est équitable}}$

Exercice 3

La pièce est équilibrée donc lors d'un lancer $P(F) = P(P) = \frac{1}{2}$
Les 5 lancers sont indépendants

1) $P(\text{le joueur gagne}) = P(FFFFF) + P(PPPPP) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5$

$$= 2 \times \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

2) $P(\text{le joueur perd}) = 1 - P(\text{le joueur gagne}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

Soit X : variable aléatoire qui représente le gain du joueur avec x la mise

$X = 45 - x$ ou $X = -x$ $\quad \Omega_X = \{45 - x ; -x\}$

$P(X = 45 - x) = P(\text{le joueur gagne}) = \frac{1}{16}$

$P(X = -x) = P(\text{le joueur perd}) = \frac{15}{16}$

donc $E(X) = \frac{1}{16}(45 - x) + \frac{15}{16} \times (-x)$

Si le jeu est équitable $E(X) = 0$

$\iff \frac{1}{16}(45 - x) - x \times \frac{15}{16} = 0 \iff \frac{45}{16} - \frac{1}{16}x - \frac{15}{16}x = 0$

$\iff \frac{45}{16} = x \iff x = 2,8125$

La mise doit être d'environ 2,8 € pour que le jeu soit équitable