

TEST EQUATIONS DU SECOND DEGRE 1ère S1 du 19 Octobre 2017

Exercice 1 14,5 points

Résoudre les équations suivantes :

$$1) (x+3)(2x^2-3x+1)=0 \quad 2) 3x^2+9x-(x+3)^2=0 \quad 3) \frac{2}{x-3}-\frac{3}{x+2}=0$$

$$4) \frac{1}{x+2}+\frac{2x^2}{x^2+3x+2}=\frac{2}{x+1} \quad 5) -2x^4+5x^2+7=0$$

Exercice 2 5,5 points

Discuter selon les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation :

$$(m+3)x^2-2(m+2)x+(m+3)=0$$

CORRIGÉ TEST ÉQUATIONS

1^{ère} S₁

Exercice 1

1) On résout dans $\mathbb{R}$:

$$(E) : (x+3)(2x^2 - 3x + 1) = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 \text{ est un trinôme : } a = 2 \quad b = -3 \quad c = 1$$

$$\text{son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 2 \times 4 = 1$$

$\Delta > 0$, le trinôme a 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{4} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(E) \Leftrightarrow 2(x+3)(x-1)(x-\frac{1}{2}) = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = -3 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{1}{2}; 1 \right\}$$

2) On résout dans $\mathbb{R}$:

$$(E) \Leftrightarrow 3x^2 - 9x - (x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x(x+3) - (x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(2x-3) = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{3}{2} \right\}$$

3) On résout dans $\mathbb{R} - \{-2; 3\}$

$$(E) : \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+2) - 3(x-3)}{(x-3)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+4-3x+9}{(x-3)(x+2)} = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow \frac{-x+13}{(x-3)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+13=0 \\ (x-3)(x+2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=13 \\ x \neq 3 \quad x \neq -2 \end{cases}$$

$$S = \{13\}$$

$$4) \frac{1}{x+2} + \frac{2x^2}{x^2+3x+2} = \frac{2}{x+1}$$

$$x^2 + 3x + 2 \text{ est un trinôme } a = 1 \quad b = 3 \quad \text{et} \quad c = 2$$

$$\text{son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1$$

$\Delta > 0$ le trinôme a 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+1}{2} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-1}{2} = -2$$

$$\text{donc pour tout } x \in \mathbb{R} \quad x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

On résout dans $\mathbb{R} - \{-2; -1\}$

$$(E) : \frac{1}{x+2} + \frac{2x^2}{x^2+3x+2} = \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x+2} + \frac{2x^2}{x^2+3x+2} - \frac{2}{x+1} = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow \frac{x+1 + 2x^2 - 2(x+2)}{(x+2)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 3}{(x+2)(x+1)} = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \\ (x+2)(x+1) \neq 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - x - 3 \text{ est un trinôme } a = 2 \quad b = -1 \quad c = -3$$

$$\text{son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 4 \times 2 \times 3 = 25$$

$\Delta > 0$, le trinôme a 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+5}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{4} = -1$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+1)(x-\frac{3}{2}) = 0 \\ (x+1)(x+2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2} \\ x \neq -1 \text{ et } x \neq -2 \end{cases}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

5) On résout dans $\mathbb{R}$:

$$(E) : -2x^4 + 5x^2 + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2X^2 + 5X + 7 = 0 \\ X = x^2 \quad X \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

$-2X^2 + 5X + 7$ est un trinôme : $a = -2$ $b = 5$ $c = 7$

son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 8 \times 7 = 81$

$\Delta > 0$ le trinôme a 2 racines distinctes

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+9}{-4} = -1 \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-9}{-4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} -2(X+1)(X-\frac{7}{2}) = 0 \\ X = x^2 \quad X \in \mathbb{R}^+ \end{cases} \Leftrightarrow -2(x^2+1)(x^2-\frac{7}{2}) = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow x^2 - \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

$$S = \left\{ -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \right\}$$

Exercice 2

$$(E) : (m+3)x^2 - 2(m+2)x + (m+3) = 0$$

si $m = -3$ on résout dans $\mathbb{R}$:

$$(E) : -2(-3+2)x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$S = \{0\}$$

si $m \neq -3$ on résout dans $\mathbb{R}$

$$(m+3)x^2 - 2(m+2)x + (m+3) = 0$$

$(m+3)x^2 - 2(m+2)x + (m+3)$ est un trinôme $a = m+3$ ($a \neq 0$)

$$b = -2(m+2) \quad c = m+3$$

$$\text{son discriminant } \Delta = b^2 - 4ac = (-2(m+2))^2 - 4(m+3)^2 = 4((m+2)^2 - (m+3)^2) \\ = 4(m+2+m+3)(m+2-m-3) = -4(2m+5)$$

Etude du signe de Δ :

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow -4(2m+5) > 0 \Leftrightarrow 2m+5 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{2}$$

donc pour $m \in]-\infty; -3[\cup]-\frac{5}{2}; -3[$ $\Delta > 0$ le trinôme a 2 racines distinctes donc (E) a 2 solutions

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ le trinôme a 1 racine double (E) a 1 solution

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow -4(2m+5) < 0 \Leftrightarrow 2m+5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{2}$$

donc pour $m \in]-\frac{5}{2}; +\infty[$ le trinôme n'a pas de racine (E) n'a pas de solution.