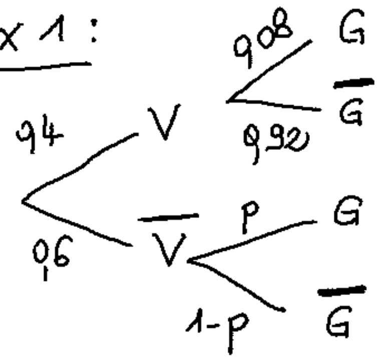
Ex 1 :

2.)



1.) $P(G) = 0{,}2$

3.) $P(V \cap G) = P(V) \times P_V(G)$

$= 0{,}4 \times 0{,}08$

$= 0{,}032$

4.) On cherche $P_{\overline{V}}(G) = p$

V et $\overline{V}$ constituant une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$P(G) = P(G \cap V) + P(G \cap \overline{V})$$

Donc $P(G \cap \overline{V}) = P(G) - P(G \cap V)$

$= 0{,}2 - 0{,}032$

$= 0{,}168$.

et $P(G \cap \overline{V}) = P(\overline{V}) \times P_{\overline{V}}(G)$

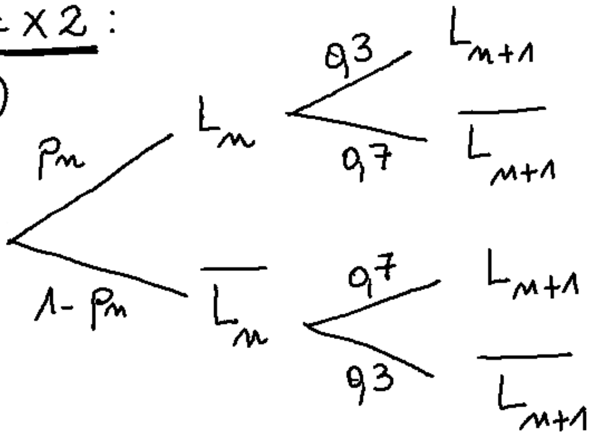
$= 0{,}6 \times p$.

Donc $0{,}6\,p = 0{,}168$

soit $\boxed{p = \dfrac{0{,}168}{0{,}6} = 0{,}28}$

Ex2 :

1)



2) $p_{n+1} = P(L_{n+1})$

or L_n et $\overline{L_n}$ constituant une partition (*) , en application de la FPT, on a :

$$p_{n+1} = P(L_{n+1} \cap L_n) + P(L_{n+1} \cap \overline{L_n})$$

((*) de l'univers)

Donc

$$p_{n+1} = P(L_n) \times P_{L_n}(L_{n+1}) + P(\overline{L_n}) \times P_{\overline{L_n}}(L_{n+1})$$

$$= p_n \times 0,3 + (1-p_n) \times 0,7$$

$$= 0,3\, p_n + 0,7 - 0,7\, p_n$$

$$\boxed{p_{n+1} = 0,7 - 0,4\, p_n}$$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = p_n - 0,5$ donc

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, $v_{n+1} = p_{n+1} - 0,5$.

$$= 0,7 - 0,4\, p_n - 0,5$$

$$= 0,2 - 0,4\, p_n$$

$$= -0,4\left(p_n + \frac{0,2}{-0,4}\right)$$

$$= -0,4\,(p_n - 0,5)$$

$$= -0,4\, v_n$$

(abcd)

Donc v est géométrique de raison $-0,4$

et de premier terme $v_1 = p_1 - 0,5 = 1 - 0,5 = 0,5$.

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = 0{,}5 \times (-0{,}4)^{n-1}$

et par suite, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $p_n = v_n + 0{,}5$

$$p_n = 0{,}5 \times (-0{,}4)^{n-1} + 0{,}5$$

4°) Comme $-0{,}4 \in]-1;1[$, $\lim\limits_{n \to +\infty} (-0{,}4)^{n-1} = 0$

Donc par produit, $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0{,}5 \times (-0{,}4)^{n-1}\right) = 0$

et donc par somme, $\boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} p_n = 0{,}5}$

Ainsi, au bout d'un certain temps, la probabilité que Bachir lise un livre avant de s'endormir se rapprochera de 0,5.

Ex 3 :

48 adultes : 24 au Judo
8 au hip-hop
et donc 16 au handball.

108 jeunes : 36 au hip-hop.
40 au hand
donc 32 au Judo

1) L'événement '$X = 13$' correspond à l'événement "inscription d'un jeune au handball".

Donc $P(X = 13) = \frac{40}{108+48} = \frac{40}{156} = \frac{10}{39}$

2)

X	13	15	20	26
$P(X)$	$\frac{10}{39}$	$\frac{11}{39}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{2}{13}$

CAR $P(X = 15) = \frac{8+36}{156} = \frac{44}{156} = \frac{11}{39}$

$P(X = 20) = \frac{32+16}{156} = \frac{48}{156} = \frac{4}{13}$

$P(X = 26) = \frac{24}{156} = \frac{2}{13}$

Et l'espérance :

$$E(X) = 13 \times \frac{10}{39} + 15 \times \frac{11}{39} + 20 \times \frac{4}{13} + 26 \times \frac{2}{13}$$

$$= \frac{691}{39}$$

$$\approx \underline{\underline{17,72€}}$$

Ex 5 :

1.) a.)

X	$36 \times 10 - 10 = 350$	-10
$P(X)$	$\frac{1}{37}$	$\frac{36}{37}$

b) $E(X) = 350 \times \frac{1}{37} - 10 \times \frac{36}{37} = -\frac{10}{37} \approx -0{,}27$

$$\sigma(X) = \sqrt{350^2 \times \frac{1}{37} + (-10)^2 \times \frac{36}{37} - \left(-\frac{10}{37}\right)^2}$$

$$= \frac{2\,160}{67}$$

$$\approx 58{,}38$$

En moyenne, à chaque partie, Tom perd 0,27 € et l'écart moyen à cette moyenne est de 58,38 €.

2.) a.)

Y	$2 \times 10 - 10 = 10$	-10
$P(Y)$	$\frac{18}{37}$	$\frac{19}{37}$

b.) $E(Y) = E(X)$

$\sigma(Y) \approx 10$

3.) NON car $E(X) < 0$ Donc en moyenne ils perdent !
$E(Y) < 0$

4.) Sachant que les espérances sont les mêmes et que $\sigma(X) > \sigma(Y)$, s'il a le goût du risque il peut jouer son numéro fétiche