Sujet A p 82-83 :

2.) $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{9}\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AE}$

3.) a) $\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

Donc $6\overrightarrow{IG} = 5\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AD} + 6\overrightarrow{AE}$ (1)

b.) $\overrightarrow{JG} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AG} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

Donc $4\overrightarrow{JG} = 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{AE}$ (2)

c.) $\overrightarrow{KG} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} - \frac{5}{9}\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$

Donc $9\overrightarrow{KG} = 4\overrightarrow{AE} + 9\overrightarrow{AD}$ (3)

4.) a.) On multiple par 4, (1) : $24\overrightarrow{IG} = 20\overrightarrow{AB} + 24\overrightarrow{AD} + 24\overrightarrow{AE}$

——————— 5 (2) : $20\overrightarrow{JG} = 20\overrightarrow{AB} + 15\overrightarrow{AD} + 20\overrightarrow{AE}$

<u>Par différence</u>, on obtient : $24\overrightarrow{IG} - 20\overrightarrow{JG} = 9\overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{AE}$

$= 9\overrightarrow{KG}$.

b.) $\overrightarrow{KG} = \frac{24}{9}\overrightarrow{IG} - \frac{20}{9}\overrightarrow{JG}$ Donc $\overrightarrow{KG}$, $\overrightarrow{IG}$ et $\overrightarrow{JG}$ sont coplanaires

Donc les points I, J, K et G sont coplanaires

5.) Ainsi les droites (IK) et (JG) sont coplanaires.

Elles sont donc sécantes <u>ou</u> parallèles.

Or $\overrightarrow{JG} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GK}$

$= \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} - \frac{4}{9}\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IK} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AE}$

Dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ on a $\overrightarrow{JG}\begin{pmatrix}1\\3/4\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix}5/6\\0\\5/9\end{pmatrix}$

Ces vecteurs ne sont donc pas colinéaires (car leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles) Donc les dtes (JG) et (IK) ne st pas parallèles. Elles sont donc <u>SÉCANTES</u>

Sujet C p 83 :

a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}3-1\\0-2\\1-3\end{pmatrix}$ Donc $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1-1\\0-2\\1-3\end{pmatrix}$ Donc $\vec{AC}\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix}$

$\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ n'étant pas colinéaires (coord. non proport.), les points A, B et C ne sont donc PAS alignés $\boxed{\text{FAUX}}$

b) $\vec{CD}\begin{pmatrix}2+1\\1-0\\-1-1\end{pmatrix}$ Donc $\vec{CD}\begin{pmatrix}3\\1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires

Donc les droites (CD) et (AB) ne st pas parallèles

Elles sont donc SÉCANTES ou NON-COPLANAIRES

On détermine alors une rep. paramétrique de chacune de ces 2 droites :

$M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in (AB) \iff \vec{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\\z-3\end{pmatrix}$ et $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\iff$ il existe un réel k tel que $\vec{AM} = k\vec{AB}$

$\iff \begin{cases}x-1 = 2k\\y-2 = -2k\\z-3 = -2k\end{cases}, k \in \mathbb{R}$

$\iff \begin{cases}x = 2k+1\\y = -2k+2\\z = -2k+3\end{cases}, k \in \mathbb{R}$

De même, une rep. param de (CD) est $\begin{cases}x = -1+3t\\y = t\\z = 1-2t\end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in (AB)\cap(CD) \iff \begin{cases}x = 2k+1\\y = -2k+2\\z = -2k+3\\x = -1+3t\\y = t\\z = 1-2t\end{cases}$ k, t réels

or $\begin{cases}2k+1 = -1+3t\\-2k+2 = t\\-2k+3 = 1-2t\end{cases} \iff \begin{cases}3 = 4t-1 & (L_1+L_2)\\2k = 3t-2 & (L_1)\\2k = 2t+2\end{cases} \iff \begin{cases}t = 1\\k = \frac{1}{2}\\1 = 2+2\end{cases}$

Le système n'ayant pas de solution, les dtes ne sont donc pas sécantes

Elles sont donc NON-COPLANAIRES $\boxed{\text{FAUX}}$

c) $\vec{EF}\begin{pmatrix}-1+1\\-6+2\\-3-3\end{pmatrix}$ Donc $\vec{EF}\begin{pmatrix}0\\-4\\-6\end{pmatrix}$ $\boxed{\text{direction du}}$

$\vec{EF}$ appartient à la direction du plan (ABC) ssi $\vec{EF}$ peut s'exprimer comme une combinaison linéaire de $\vec{AB}$ & $\vec{AC}$

càd il existe a et b réels tq $\vec{EF} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ $(*)$

Or $(*) \iff \begin{cases} 0 = 2a - 2b \\ -4 = -2a - 2b \\ -6 = -2a - 2b \end{cases} \iff \begin{cases} a = b \\ -4a = -4 \\ -4a = -6 \end{cases}$

ce système n'ayant pas de solution, la dte (EF) n'est DONC PAS parallèle au plan (ABC) $\boxed{\text{FAUX}}$

Sujet D p83

1) $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}$ donc $\vec{AB} = 2\vec{i}$ Donc $(AB) \parallel (O;\vec{i})$

2) $\vec{CD}\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{CD} = 4\vec{j} + 3\vec{k}}$

$C \in \mathcal{P}$ et $\vec{CD}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont coplanaires

Donc $(CD) \subset \mathcal{P}$.

3) $\vec{AB} = 2\vec{i}$ et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ ne sont pas coplanaires (ce sont les 3 vecteurs de la base choisie) $(AB) \parallel (O;\vec{i})$ et $\mathcal{P} \parallel (O;\vec{j},\vec{k})$

Donc (AB) est sécante à $\mathcal{P}$

4) a.) $\vec{CE}\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}$ Donc $\vec{CE} = -\vec{j} + 4\vec{k}$

b.) $\vec{AE}\begin{pmatrix}11\\0\\0\end{pmatrix}$ Donc $\vec{AE} = 11\vec{i}$ est donc colinéaire à $\vec{AB}$

Donc $\boxed{E \in (AB)}$

D'après 4a.) $\vec{CE}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ coplanaires et comme $C \in (\mathcal{P})$

$(CE) \subset (\mathcal{P})$ Donc $\boxed{E \in \mathcal{P}}$

Ainsi E est le point d'intersect° de (AB) et de (P).

5.) $\vec{CE}\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires Donc $E \notin (CD)$

Or (AB) est sécante à $(\mathcal{P})$ en E et $(CD) \subset (\mathcal{P})$ donc si (AB) et (CD) étaient sécantes, elles devraient l'être en E. Ce n'est pas le cas donc elles sont NON-COPLANAIRES

Sujet E p 83

1.) $\vec{AB}, \vec{AD}$ et $\vec{AE}$ sont non coplanaires par construction du cube

Donc $(\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ est bien une base de l'espace.

2.) a.) $\vec{CE} = \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AE} = -\vec{AD} - \vec{AB} + \vec{AE} = \boxed{-\vec{AB} - \vec{AD} + \vec{AE}}$

b.) $\vec{AL} = \vec{AC} + \vec{CL} = \vec{AB} + \vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{CE} = \vec{AB} + \vec{AD} + \frac{2}{3}(-\vec{AB} - \vec{AD} + \vec{AE})$

Donc $\boxed{\vec{AL} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{AE}}$

3.) $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{AE}$ et $\vec{AH} = \vec{AD} + \vec{AE}$

et $3\vec{AL} = \vec{AB} + \vec{AD} + 2\vec{AE} = \vec{AF} + \vec{AH}$

Donc $\vec{AL}$, $\vec{AF}$ et $\vec{AH}$ sont coplanaires

4.) K mil [HF] Donc
$$\vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{AF} + \vec{AH}) = \frac{1}{2}(3\vec{AL}) = \frac{3}{2}\vec{AL}$$

Donc A, K et L sont alignés.