

ATTENTION : des thèmes intéressants dans ce document mais garder à l'esprit que la question doit être adossée au programme de spécialité

Réflexions sur l'infini

La notion de limite ou d'infini apparaît à plusieurs reprises à travers le programme de spécialité de terminale à propos du raisonnement par récurrence, de la limite de suites numériques et de la limite de fonctions. L'infini, notion rencontrée implicitement très tôt dans la scolarité, peut devenir un fil rouge d'une partie de l'année que l'élève peut investir afin de proposer une prestation sur ce thème.

- De l'argumentation avec des points de suspension au raisonnement par récurrence.
- Réflexion sur l'infiniment grand et l'infiniment petit.
- Distinguo mathématiques/physique sur l'infiniment petit : le dx et le Δx . Lien avec la dérivation et distinguo des notations de Lagrange, Leibniz, Newton.
- (*) Présentation de travaux historiques ou de mathématiciens ayant travaillé sur l'infini.
- Somme infinie : $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$ qui suivant les regroupements aboutit à $1 = 0$.
- * Construction de fractales (triangle de Sierpinski, flocon de Von Koch).
- L'existence de plusieurs infinis.
- Présentation du paradoxe de l'hôtel de Hilbert.
- Argument de la diagonale de Cantor pour démontrer que $]0; 1[$ n'est pas en bijection avec \mathbb{N} .

Ressources possibles :

<https://hist-math.fr/cantor-auto#/> (auteur Bernard Ycart)

https://youtu.be/N_cDA6tF-40 (auteur El Jj)

<https://youtu.be/1YrbUBSo4Os> (Science étonnante, auteur David Louapre)

<https://cm2.ens.fr/sites/default/files/cantor-F2.html>

<http://accromath.uqam.ca/2007/02/linfini-cest-gros-comment/>

D'une façon générale, le site <https://hist-math.fr/> de Bernard Ycart propose des diaporamas commentés largement à la portée d'élèves de terminale.

Des questions liées aux probabilités et aux statistiques

Concernant les probabilités et statistiques, la présentation d'une synthèse du traitement de données ou d'une expérience aléatoire sans pouvoir afficher des résultats chiffrés ou des diagrammes, comme dans le cadre de l'épreuve orale de terminale, est une contrainte fortement dissuasive à signaler aux élèves. Néanmoins, dans le cadre du travail de l'oral, la présentation de travaux dans ce domaine, permet d'associer les mathématiques à de nombreux domaines (physique, médecine, géographie, économie, sociologie...) et est à cultiver. Pour l'épreuve orale de terminale, quelques résultats et expériences célèbres peuvent être évoqués.

- Présentation de la méthode de Monte-Carlo : lien entre probabilité et aire.
- (*) Paradoxe de Toscane, paradoxe de Saint-Pétersbourg...

Ressource possible : <https://youtu.be/k3N5BsKmvG0>

D'une façon générale, la chaîne YouTube de Lê Nguyễn Hoang, <https://www.youtube.com/c/Science4Allfran%C3%A7ais/> propose des vidéos dont un bon nombre est à la portée d'élèves de terminale.

- La méthode de Warner : où comment interroger une population sur des questions sensibles (et pour montrer que oui, les mathématiques servent aussi en sciences sociales !)
- Ressource possible : <http://accromath.uqam.ca/2020/02/la-methode-de-warner/>

D'une façon générale, la revue québécoise [Accromath](#) propose des articles largement à la portée d'élèves de terminale.

- (*) Pourquoi des compagnies aériennes font du « surbooking » ?
- La formule de Bayes fait le lien entre la probabilité des causes et la probabilité des conséquences : des exemples d'utilisation peuvent être choisis en fonction des goûts des élèves (tests de détection d'une maladie, détection de spam, le problème de Monty Hall...).

Ressources possibles :

https://euler.ac-versailles.fr/IMG/pdf/ra20_lycee_g_t_es_sous-theme_3-5_inference-bayesienne_1238224.pdf

<https://scienceetonnante.com/2012/10/08/les-probabilites-conditionnelles-bayes-level-1/>

D'une façon générale, le site <https://scienceetonnante.com/> de David Louapre propose des vidéos dont un bon nombre est à la portée d'élèves de terminale.

- Exemples de situations statistiques dans lesquelles la taille de l'échantillon a une importance.
- Fiabilité des sondages.
- Le rôle de l'intervalle de confiance.

Modélisation et phénomènes évolutifs

La pratique de l'oral, avec un support conséquent, permet de travailler les compétences « calculer » et « raisonner » en abordant l'étude des suites, des fonctions et des équations différentielles. Si l'absence d'un support préparé laisse peu de place à la présentation approfondie d'une modélisation, on pourra établir l'importance et l'intérêt de « modéliser ». Les élèves pourront ici choisir des situations mettant en œuvre la deuxième spécialité suivie ou leurs centres d'intérêt.

- (*) Modèles d'évolution d'une population (Malthus, Verhulst).
- (*) Modélisation d'une épidémie. Modèle SIR.
Ressource possible : <https://images.math.cnrs.fr/Modelisation-d-une-epidemie-partie-1.html>
- (*) Modèle proie-prédateur. Modèle de gestion des stocks.
Ressource possible : <http://accromath.uqam.ca/2011/06/un-modele-statistique-pour-la-gestion-des-stocks-de-poissons/>
- (*) Apport des mathématiques pour le développement durable, la biodiversité, l'écologie.
Ressource possible : <http://www.brevés-de-maths.fr/>
- Modélisation du fonctionnement du cœur.
Ressource possible : <https://interstices.info/les-mathematiques-du-coeur/>

D'une façon générale, le site <https://interstices.info/> propose des articles, très orientés sur le numérique, l'algorithmique et l'informatique, dont un bon nombre est à la portée d'élèves de terminale.

- (*) Chute d'un corps avec ou sans frottements.
- (*) Mise en équation d'un circuit RLC.
- (*) Décroissance radioactive.
- (*) Modélisation d'un son. Fonctions trigonométriques. Présentation de Joseph Fourier.
Ressource possible : https://www.canal-u.tv/video/institut_fourier/la_formule_de_joseph_fourier_du_sinus_de_l_antiquite_aux_fichiers_mp_3.55955
- Fonctions d'offre et de demande. Equilibre du marché.
- Notion d'élasticité (en économie).
- (*) Tables de mobilité.
Ressource possible : <http://ses.ens-lyon.fr/ressources/stats-a-la-une/la-mobilite-intergenerationnelle-des-actifs-au-debut-des-annees-2010>

Le cas particulier de la crise sanitaire actuelle

Préparer et présenter un oral en lien avec la crise sanitaire est un projet pouvant s'avérer délicat en raison de l'évolution de la pandémie. Des élèves, des enseignants, des membres du jury peuvent avoir été touchés de près ou le devenir dans un temps proche sans anticipation possible. Néanmoins, aborder la crise sanitaire par une approche scientifique – modélisation de la propagation, évolutions statistiques – peut être un moyen, pour quelques élèves, d'évacuer ou de maîtriser le stress de cette situation exceptionnelle. Ainsi, si un élève ou un groupe d'élèves souhaite proposer une étude en lien avec la crise sanitaire, il convient de prendre le temps d'avertir sur les risques de traiter un tel sujet puis de rester particulièrement attentif à leur suivi et à l'émotion que cela peut susciter.

Ressources possibles :

<https://www.santepubliquefrance.fr/> et <https://www.coronavirus-statistiques.com/>

Équations

Si la modélisation consiste à exprimer sous forme mathématique un problème issu de différents domaines, une réflexion sur les objets mathématiques eux-mêmes est envisageable.

- Qu'est-ce qu'une équation ? Qu'est-ce qu'une équation différentielle ?
- Des équations qui admettent des solutions dans certains ensembles et pas dans d'autres ($3x = 1$, $x^2 = 2$, $x^2 = -1$).
- Des équations admettant une ou des solutions que l'on ne sait pas calculer : que mettre en œuvre ? solution approchée, notion de discrétisation dans le cas des équations différentielles (mise en œuvre sur des outils numériques, lien avec l'informatique : puissance de calcul, précision).

La fonction logarithme

Nouveauté du programme de terminale, les fonctions logarithmes peuvent largement susciter la curiosité.

- Approche historique de la fonction logarithme népérien.
Ressource possible : <http://accromath.uqam.ca/2019/10/emergence-logarithmique-la-mirifique-invention-de-napier/>
- Les fonctions logarithmes utilisées dans différents domaines : échelle de Richter, fréquence des notes de musique, évolution d'une épidémie, ...
- * Des représentations graphiques davantage pertinentes en utilisant une échelle semi-logarithmique.
- * Algorithme de Briggs.

Géométrie

La géométrie est un domaine privilégié pour développer les compétences « chercher » et « raisonner ». Au cours du parcours lycéen, une présentation détaillée d'une démonstration peut être proposée comme exercice de prise de parole, en présentiel ou en vidéo, s'appuyant sur un support préparé et détaillé. Dans le cadre de l'épreuve orale de terminale, il ne s'agit pas d'entrer dans le dur d'une preuve, mais plutôt d'en donner les idées directrices ou de proposer une réflexion élargie.

- Des figures servant de démonstration : une démonstration ne se rédige pas nécessairement suivant le triptyque « Je sais que..., or..., donc... » et on peut soutenir qu'une figure peut porter en elle-même une preuve. On pourra illustrer avec des exemples de niveaux variés : différentes

figures pour illustrer les éléments de la démonstration du théorème de Pythagore, angle inscrit et angle au centre, théorème de Varignon, théorème de Viviani, rectangle d'or, somme des n premiers entiers, somme des n premiers entiers impairs, quadrature de l'hyperbole (méthode de Brouncker) ... * Certaines figures nécessitent une construction précise et complexe, nécessitant des outils de géométrie... alors que d'autres peuvent être présentées à partir d'un schéma réalisé en quelques instants sur une feuille de papier.

Ressources possibles :

<https://www.geogebra.org/m/yrgdujyx#material/hszbnzcx>

<https://www.geogebra.org/m/dcbuqkix>

<http://serge.mehl.free.fr/chrono/Viviani.html>

<https://www.lebesgue.fr/video/5min/pierre>

- * Représenter l'espace. Lien entre art et géométrie : l'évolution de la perspective dans l'art enrichie par les connaissances en géométrie.

Ressources possibles :

https://euler.ac-versailles.fr/IMG/pdf/representation_de_l_espace.pdf

<http://accromath.uqam.ca/2018/09/de-nouvelles-perspectives/>

- Aire ou périmètre : le problème isopérimétrique.

Ressources possibles :

<https://www.lebesgue.fr/video/5min/texier-picard>

<https://youtu.be/onRwvJfatcs> (Mickaël Launay)

D'une façon générale, le site <https://www.youtube.com/c/Micmaths/> de Mickaël Launay propose des vidéos dont un bon nombre est à la portée d'élèves de terminale.

- Différentes représentations des vecteurs (points de vue du physicien, de l'informaticien, du mathématicien).

Ressource possible : https://youtu.be/fNk_zzaMoSs (3Blue1Brown)

S'inspirer des thèmes du programme de Mathématiques complémentaires

Les élèves suivant la spécialité mathématique ne suivent bien sûr pas le programme de mathématiques complémentaires. Néanmoins la présentation par thèmes de ce programme peut donner des idées de sujets dans lesquels des élèves pourrons s'investir. C'est aussi une piste pour les enseignants de mathématiques pour suggérer à des élèves suivant le cours de mathématiques complémentaires d'introduire quelques éléments de mathématiques dans leur prestation orale (par exemple en économie, en sociologie, ...). Plusieurs de ces thèmes sont évoqués dans le reste de ce document.

- Modèles définis par une fonction d'une variable.

Voir le paragraphe sur les modélisations.

- Modèles d'évolution.

Voir le paragraphe sur les modélisations.

- Approche historique de la fonction logarithme.

Voir le paragraphe sur la fonction logarithme.

- Calculs d'aires.

Diversité des outils mathématiques permettant de calculer des aires : limite de suites, calcul intégral, probabilités, algorithmes.

* Des exemples de calculs d'aires : Monte-Carlo, Brouncker...

- Répartition des richesses, inégalités.

En lien avec la spécialité SES, courbe de Lorenz, indice de Gini.

- Inférence bayésienne.
Voir ce thème en enseignement scientifique ou en probabilités.
- Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage.
Réflexions sur les sondages et les biais d'échantillonnage.
* Etude de données, tester une hypothèse, validation d'un modèle...
Concernant les biais, on peut orienter le travail vers les sciences sociales, les statistiques, voire l'Intelligence Artificielle. Ressource possible :
<https://www.institutmontaigne.org/publications/algorithmes-controle-des-biais-svp>
- Temps d'attente :
Présentation de la diversité des situations modélisées par une loi géométrique ou une loi exponentielle : intérêt de maîtriser l'outil mathématique pour traiter des sujets divers.
* Présentation d'une situation en lien avec l'une des lois de probabilité liée au temps d'attente : attente à l'arrêt de bus, paradoxe de l'inspection.
Ressource possible :
<http://accromath.uqam.ca/2020/02/tout-vient-a-point-me%CC%82me-sil-faut-attendre-plus-longtemps/>
- Corrélation et causalité :
Une sensibilisation de la différence entre corrélation et causalité peut être proposée.
* Des exemples de calculs montrant des corrélations, sans aucune causalité : une représentation graphique, nécessitant un support, serait ici extrêmement évocatrice.
Ressource possible :
https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2019/01/02/correlation-ou-causalite-brillez-en-societe-avec-notre-generateur-aleatoire-de-comparaisons-absurdes_5404286_4355770.html
* Le paradoxe de Simpson
Ressource possible : https://youtu.be/vs_Zzf_vL2I (Science étonnante)

Profiter de l'enseignement scientifique

L'enseignement scientifique est l'occasion de proposer des travaux bi disciplinaires en cherchant davantage à présenter les concepts que d'entrer dans une technicité mathématique. Son contenu se prête bien à des sujets pour l'épreuve orale de terminale. Ce sera donc avec profit que l'accompagnement des élèves dans leur préparation de cette épreuve orale pourra être partagé avec les collègues en charge de cet enseignement. Le site Eduscol regroupe un important nombre de ressources pluridisciplinaires ou spécifiques aux mathématiques.

Ressources : <https://eduscol.education.fr/cid143130/enseignement-scientifique-bac-2021.html>

- (*) En guise d'exemple, parmi toutes ces ressources, on peut utiliser celle sur l'Intelligence Artificielle et présenter une régression linéaire (ou quadratique ou logarithmique...) ou bien présenter l'algorithme des plus proches voisins (en lien avec la spécialité NSI éventuellement).

ATTENTION : des thèmes intéressants dans ce document mais garder à l'esprit que la question doit être adossée au programme de spécialité

Pour ceux suivant l'option Mathématiques expertes

Les élèves suivant la spécialité mathématique et l'option mathématiques expertes sont parmi les plus motivés pour appuyer leur oral sur un contenu mathématique. On pourra les inciter à choisir des thèmes ou des « problèmes possibles » présents dans le programme de mathématiques expertes ou élargir leur réflexion à des sujets mathématiques non évoqués dans le secondaire.

- (*) Le chiffrement : de Jules César à RSA en passant par le chiffrement affine.
- * Quelques exemples de l'usage des nombres complexes.
- * Construction du pentagone régulier.
- * Nombres constructibles à la règle et au compas.

Ressources possibles :

<http://www-sop.inria.fr/members/Frederic.Havet/FeteScience/Cafe-10-12-10.pdf>

<https://youtu.be/41DD2V8UfzQ> (El Jj)

- * Modèle proie-prédateur (version avec et sans matrices)
- Les ponts de Königsberg.
- Algorithme PageRank.
- (*) Le problème du sac à dos ; le problème du voyageur de commerce.
Ressource possible : <https://interstices.info/le-probleme-du-sac-a-dos/>
- * Preuve de la conjecture de Goldbach (on ne sait jamais, sur un malentendu...)

Un compte-rendu d'une lecture

L'épreuve orale de terminale est une occasion pour le candidat de montrer et d'utiliser son savoir et d'illustrer comment celui-ci nourrit son projet personnel. Rendre compte de lectures, de films, de conférences, portant sur un thème mathématique et les faire entrer en résonance avec les connaissances et compétences acquises, constitue un pas de côté original permettant à l'élève curieux de montrer son intérêt pour les mathématiques. La littérature et la filmographie mettant en scène les mathématiques sont importantes. La courte liste ci-dessous n'est évidemment ni exhaustive, ni un best of, tout juste une proposition totalement subjective de celui qui la propose en guise d'exemple. L'enjeu est qu'un élève s'approprie un thème au gré de ses rencontres, lectures ou visionnages d'ordre culturel, scientifique ou vulgarisateur.

- *Le mètre du monde* de Denis Guedj : la révolution française est à l'origine de la mise en place du mètre en utilisant la triangulation. Une évocation du produit scalaire est envisageable ici.
- *Histoire des codes secrets* de Simon Singh : les codes secrets du code César au grand théorème de Fermat. Une belle occasion de parler d'arithmétique.
- *Le dilemme du prisonnier* de William Poundstone : une incursion dans la théorie des jeux qu'on ne peut pas raccrocher à une partie du programme de spécialité de mathématiques, mais une ouverture tout à fait abordable dont on sait qu'elle a des applications dans différents domaines : économie, sport, écologie...

Ressource possible :

https://www.canal-u.tv/video/canal_aunege/le_dilemme_du_prisonnier.11748

- *Un homme d'exception (A beautiful mind)*, réalisé par de Ron Howard, avec Russell Crowe : une évocation de John Nash, auteur de la théorie des jeux.
- *Imitation game*, réalisé par Morten Tyldum avec Benedict Cumberbatch : Alan Turing décode Enigma.

Un regard critique de l'élève est le bienvenu. Dans le film ci-dessus, la machine de Turing évoquée... n'est pas ce qu'on nomme la machine de Turing !

- *Le stratège (Moneyball)*, réalisé par Bennett Miller, avec Brad Pitt : comment une approche statistique permet d'optimiser un budget pour gérer une équipe de baseball.

Femmes et sciences

Lectures, films ou conférences peuvent être l'occasion de valoriser la place de la femme en mathématiques ou en sciences. Une occasion qui permet d'affirmer ses convictions.

- *Les figures de l'ombre (Hidden figures)*, réalisé par Theodore Melfi, avec Taraji P. Henson, Octavia Spencer, Janelle Monáe : trois scientifiques afro-américaines au cœur de la conquête spatiale. Des femmes de couleur qui ont fait bouger les lignes avant Kamala Harris.
- * Leçon inaugurale de Claire Mathieu au Collège de France : modélisation, algorithmes, greffes de reins. <https://www.college-de-france.fr/site/claire-mathieu/inaugural-lecture-2017-11-16-18h00.htm>
- Femmes et numérique : rencontre avec Isabelle Collet. <http://www.dane.ac-versailles.fr/etre-accompagne-se-former/femmes-et-numerique>
- * Ada Lovelace a écrit le premier programme informatique. <https://www.franceculture.fr/emissions/la-marche-des-sciences/ada-lovelace-lady-de-l-informatique>
Programme de calcul des nombres de Bernoulli dans la note G.

Élargir le champ des possibles

Des domaines liés aux mathématiques n'apparaissent pas nécessairement dans les programmes du secondaire mais sont néanmoins accessibles à des élèves de terminale.

- Compréhension du fonctionnement de ParcoursSup ou des problèmes de même type : problème des mariages stables (Gale-Shapley), d'affectation, des colocataires...
Ressource possible : <https://scienceetonnante.com/2020/01/09/parcoursup/>
- La rigueur en mathématiques et le besoin de définir les termes employés : définition, théorème, démonstration, conjecture, axiome.
- Exemple de géométrie non euclidienne. Somme des angles d'un triangle sur la sphère.
Ressource possible : <https://www.lebesgue.fr/fr/video/5min/schapira>
- (*) Les travaux de John Conway...
Ressources possibles :
<https://youtu.be/S-W0NX97DB0> (Science étonnante)
<https://youtu.be/9Hpy6MKM-J8> (El Jj)

D'une façon générale, la chaîne YouTube de El Jj, <https://www.youtube.com/c/ElJj42>, propose des vidéos dont certaines sont à la portée d'élèves de terminale.

Dans la partie « Continuité pédagogique » du site Euler, sous l'onglet « Films mathématiques », vous retrouverez enfin une sélection de films et conférences filmées concernant les mathématiques, accessible aux élèves et illustrant la diversité des supports pouvant susciter la curiosité des élèves, les engager dans un processus d'appropriation et les inspirer dans la construction de leur orientation.

Sélection Euler : <https://euler.ac-versailles.fr/rubrique194.html>