I Suites arithmétiques

I 1 Définition

Définition : Soit u une suite définie sur $\mathbb{N}$. On dit qu'une suite (u_n) est arithmétique lorsqu'il existe un réel r tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + r$. Le nombre r est appelé la raison de la suite arithmétique.

I 2 Formule explicite

Propriété : Soit u une suite arithmétique de raison r définie sur $\mathbb{N}$.
On a alors pour tous entiers naturels n et p : $u_n = u_p + (n-p)r$.
En particulier : $u_n = u_0 + nr$ et $u_n = u_1 + (n-1)r$.

I 3 Montrer qu'une suite est arithmétique

Méthode : Pour montrer qu'une suite u est **arithmétique**, on calcule, pour tout entier naturel n, la **différence** $(u_{n+1} - u_n)$ et on montre que cette différence est égale à un nombre réel constant. La suite est alors **arithmétique** de **raison** ce réel.

I 4 Montrer qu'une suite n'est pas arithmétique (contrex)

Méthode : Pour montrer qu'une suite u **n'est pas** arithmétique, on utilise un contre-exemple :
On calcule les trois premiers termes de la suite (ou trois termes consécutifs quelconques), et on montre que leur différence n'est pas constante.

I 5 Sens de variation d'une suite arithmétique

Propriété :
Si $r > 0$, la suite arithmétique de raison r est strictement croissante.
Si $r < 0$, elle est strictement décroissante.
Si $r = 0$, elle est constante.

I 6 Somme des n premiers entiers naturels non nuls

Pour tout n entier naturel, on a : $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

II Suites géométriques

II 1 Définition

Définition : On dit qu'une suite (u_n) est une suite géométrique lorsqu'il existe un réel q tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n \times q$. Le nombre q est appelé raison de la suite géométrique.

II 2 Formule explicite

Propriété : Soit u une suite géométrique de raison q définie sur $\mathbb{N}$.
On a alors pour tous entiers naturels n et p : $u_n = u_p \times q^{n-p}$.
En particulier : $u_n = u_0 \times q^n$ et $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

II 3 Montrer qu'une suite est géométrique

Méthode : Pour montrer qu'une suite u est **géométrique**, on exprime, pour tout entier naturel n, u_{n+1} en fonction de u_n en montrant qu'il existe un réel q tel que $u_{n+1} = u_n \times q$. La suite est alors dite **géométrique** de **raison** ce réel.

II 4 Montrer qu'une suite n'est pas géométrique (contrex)

Méthode : Pour montrer qu'une suite n'est pas géométrique on utilise un **contre-exemple**. On calcule trois termes consécutifs de la suite par exemple les trois premiers et on montre que leur quotient n'est pas constant.

II 5 Sens de variation de la suite (q^n) (càd $u_0 = 1$ ici)

Propriété :
- Si $0 < q < 1$ alors la suite (q^n) est strictement décroissante.
- Si $q = 0$ ou $q = 1$ alors la suite (q^n) est constante (tjrs égale à 0 ou à 1 selon le cas)
- Si $q > 1$ alors la suite (q^n) est strictement croissante.

II 6 Somme : $1 + q + q^2 + ... + q^n$

Si $q = 1$ alors $1+q+q^2+...+q^n = 1+1+...+1$ et ce, $(n+1)$ fois donc $1+q+q^2+...+q^n = n+1$.

Si $q \neq 1$ alors $1 + q + q^2 + ... + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$