Chap 2 - Fonctions : Variations et extrema

Thème : Fonctions

Définition : Fonction
D est une partie de $\mathbb{R}$ (intervalle ou réunion d'intervalles).
Définir une **fonction** f de D dans $\mathbb{R}$, c'est **associer** à **chaque** réel x de D un **unique** réel.
Rq : x est la **variable**.

Définition : Ensemble de définition
L'ensemble de tous les nombres réels x qui ont une image par la fonction f est appelé l'**ensemble de définition** de la fonction f.
Rq : Il est noté D dans la définition précédente.

Définition : Image
D est une partie de $\mathbb{R}$ (intervalle ou réunion d'intervalles), f est une fonction de D dans $\mathbb{R}$ et x est un réel de D.
La fonction f associe à x un **unique réel** appelé **image** de x par la fonction f et **noté** $f(x)$.

Définition : Antécédent
D est une partie de $\mathbb{R}$ (intervalle ou réunion d'intervalles), f est une fonction de D dans $\mathbb{R}$ et m est un nombre réel.
On appelle **antécédent** de m par f tout réel x appartenant à D et tel que $f(x) = m$.

Remarque :
Un réel m peut avoir 0, 1 ou plusieurs (voire une infinité) antécédents par une fonction f.

Méthode : Concrètement, en seconde, on doit veiller à respecter deux principes :

1) Le **dénominateur d'une fraction** ne peut **pas** être **nul** (la division par 0 n'existe pas).
2) On ne peut prendre la **racine carrée** que d'un nombre **positif ou nul**.

Définition :
Dans un repère, l'ensemble des points M de coordonnées $(x; f(x))$, où x décrit l'ensemble de définition de f est appelé **courbe représentative de la fonction** f, souvent notée $\mathcal{C}_f$.
On dit que $\mathcal{C}_f$ a pour **équation** $y = f(x)$.

Définition :
On dit que la fonction f est croissante sur un intervalle I si quels que soient les réels x_1 et x_2 dans I tels que $x_1 < x_2$, on a $f(x_1) \leq f(x_2)$.
On dit que la fonction f est strictement croissante sur un intervalle I si quels que soient les réels x_1 et x_2 dans I tels que $x_1 < x_2$, on a $f(x_1) < f(x_2)$.
Autrement dit, les images de x_1 et de x_2 sont rangées dans le **même ordre** que x_1 et x_2.

On dit que la fonction f est décroissante sur un intervalle I si quels que soient les réels x_1 et x_2 dans I tels que $x_1 < x_2$, on a $f(x_1) \geq f(x_2)$.
On dit que la fonction f est strictement décroissante sur un intervalle I si quels que soient les réels x_1 et x_2 dans I tels que $x_1 < x_2$, on a $f(x_1) > f(x_2)$.
Autrement dit, les images de x_1 et de x_2 sont rangées dans l'**ordre inverse** de x_1 et x_2.

On dit que la fonction f est constante sur un intervalle I si quels que soient les réels x_1 et x_2 dans I tels que $x_1 < x_2$, on a $f(x_1) = f(x_2)$.

On dit que la fonction f est monotone sur un intervalle I si elle garde le **même sens** de variation sur cet intervalle I.

Définition :
Le **minimum** m de la fonction f sur l'intervalle I, est la **plus petite** valeur, lorsqu'elle existe, parmi les **images** par f des nombres de I.
On a alors pour tout x de I, $f(x) \geq m$.

Le **maximum** M de la fonction f sur l'intervalle I est la **plus grande** valeur, lorsqu'elle existe, parmi les **images** par f des nombres de I.
On a alors pour tout x de I, $f(x) \leq M$.