## Exercice 1 **Activité 1**

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère un réel $x$ appartenant à l'intervalle $\left[0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$, le point $M$ du cercle trigonométrique associé à $x$, et le point $T$, intersection de la droite $(OM)$ et de la tangente au cercle en $I$.

1(a) Montrer que $IT = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

(b) En rangeant dans l'ordre croissant les aires des triangles $OIM$, $OIT$ et celle du secteur de disque $OIM$, montrer que, pour tout réel $x$ de $\left[0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$, $\sin x \leqslant x \leqslant \dfrac{\sin x}{\cos x}$

(c) En déduire que, pour tout $x$ de $\left]0\,;\dfrac{\pi}{2}\right[$, $\cos x < \dfrac{\sin x}{x} < 1$

On admet de même que cet encadrement est également vrai lorsque $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$.

(d) En déduire, en utilisant la définition, que la fonction sinus est dérivable en zéro et que $\sin' 0 = 1$.

2(a) Montrer que pour tout réel $h$ non nul de l'intervalle $\left[-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right]$, on a : $\dfrac{\cos h - 1}{h} = \dfrac{\sin h}{h} \times \dfrac{-\sin h}{\cos h + 1}$

(b) En déduire le nombre dérivé en zéro de la fonction cosinus.

## Exercice 2 **Activité 2**

Dans un RON $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$, soit le cercle trigonométrique $C$, et $A$ et $B$ deux points de ce cercle tels que $A(\cos a\,;\sin a)$ et $B((\cos b\,;\sin b)$.

1. Calculer le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ de deux manières différentes.
2. En déduire $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
3. En déduire alors que $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
4. En utilisant les formules de type $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right)$, en déduire $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ et $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

## Exercice 3

Résoudre dans $]-\pi\ ;\ \pi]$, puis dans $\mathbb{R}$, l'équation $\cos x = \dfrac{1}{2}$.

## Exercice 4

1. Résoudre dans $[0\ ;\ 2\pi[$, $\cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
3. Résoudre dans $\left[\dfrac{\pi}{2} ;\ 3\pi\right[$, $\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

## Exercice 5

Résoudre l'équation $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ dans $\mathbb{R}$.

## Exercice 6

Résoudre dans $[0\ ;\ 2\pi[$, $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.

## Exercice 7

Résoudre l'inéquation $\cos x > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$.