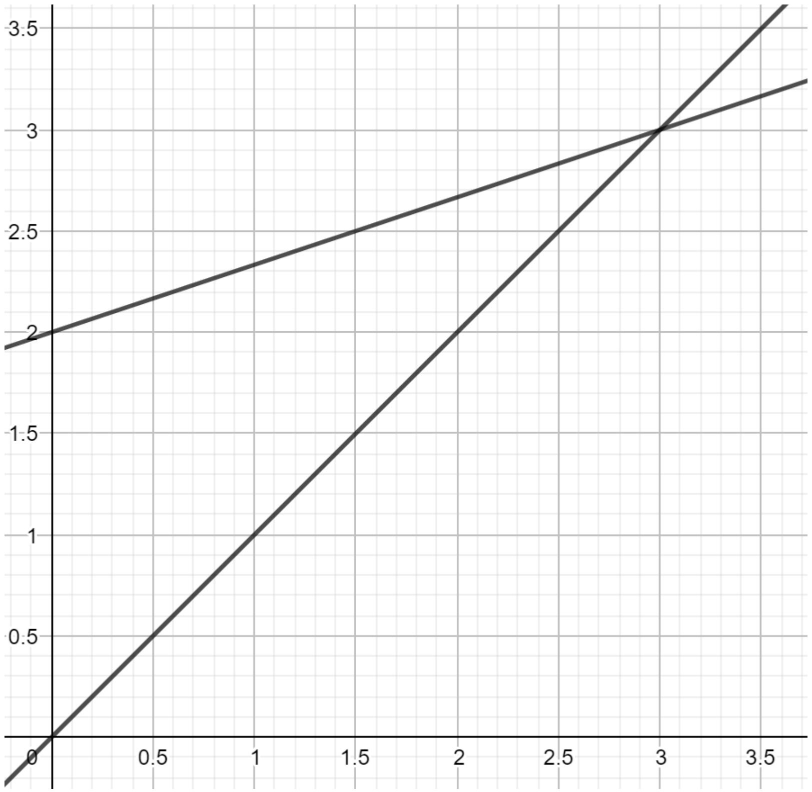
Exercice 1

A) Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

1. Montrer que u est croissante et majorée par 3.
2. En déduire qu'elle converge.
3. Déterminer sa limite.



Exercice 2

Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{3}{u_n + 1}$. On admet que u **converge** et que pour tout entier n, $u_n \in [0\,;3]$.
Déterminer la limite de la suite u.

Exercice 3

1) L'équation $\dfrac{x+6}{x^2+1} = 2$ admet-elle une solution (ou plusieurs) dans l'intervalle $[1\,;4]$?

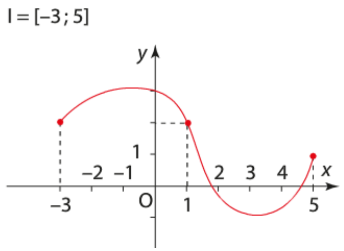
2) Montrer que l'équation $\cos x = x$ a au moins une solution réelle.

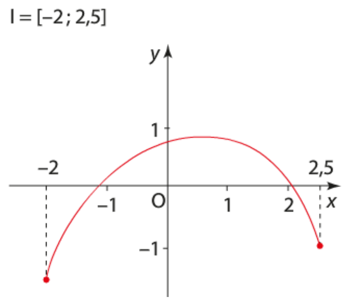
Exercice 4

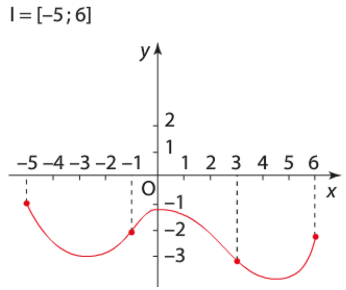
Démontrer que l'équation $\sqrt{x} = \dfrac{5}{x-2}$ admet une unique solution réelle α sur $]2\,;+\infty[$. Encadrer α par deux entiers consécutifs.

Exercice 5

Pour chacune des courbes suivantes, indiquer si la fonction associée est convexe, concave ou ni l'un ni l'autre, sur I. Dans ce dernier cas, indiquer la ou les points d'inflexion et les intervalles sur lesquels la fonction est concave/convexe.







Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^5 - 5x^4$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative. Étudier les variations de et la convexité de f.

Exercice 7

Objectif : démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^x \geqslant x+1$.

On considère donc la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^x$. Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Montrer que f est convexe sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
3. En déduire alors que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^x \geqslant x+1$.