

Exercice 1

Démontrer à l'aide de la définition que $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - x^2) = -\infty$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-5}{x+2}$ et C_f sa courbe représentative.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser les asymptotes éventuelles à C_f .
3. Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variations.
4. Tracer dans un repère orthonormé la courbe de la fonction f ainsi que ses asymptotes.

Exercice 3

Déterminer les limites suivantes et en donner une interprétation graphique :

$$1) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(\frac{1}{x} + 2 \right) (x^2 - 1) ?$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x+2} ?$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 4} ?$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x+1} ?$$

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes :

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos \left(\frac{1}{x} \right) ?$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x} ?$$

Exercice 5

Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{4x-5}{x-1}}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Exercice 6

Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de $x \mapsto \cos x - x$.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

1. Montrer que f a une limite en $+\infty$ et interpréter graphiquement cette limite. (*Attention, division par $x > 0$*)
2. Déterminer de même la limite de f en $-\infty$. (*Attention, division par $x < 0$*)
3. Déterminer la limite de f en 0. (*Utiliser le taux de variation de la fonction \sin en 0*)

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2 + 3 \cos x}{x}$. Déterminer sa limite en $+\infty$.

Exercice 9

Dans les deux cas suivants, déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

- $f: x \mapsto e^{3-x}$ sur \mathbb{R}
- $f: x \mapsto \frac{e^{2x} + 2}{e^x - 1}$ sur \mathbb{R}^* .

Exercice 10

Étudier la dérivabilité de $f: x \mapsto \sqrt{x^2 + 2}$.

Exercice 11

Étudier la dérivabilité de la fonction $h: x \mapsto e^{-3x^2}$.