Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 3$ pour tout entier naturel n. Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

Exercice 2

Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n+1}{n} = 1$.

Exercice 3

Montrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \sqrt{n}$ a pour limite $+\infty$ en $+\infty$.

Exercice 4

Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n^3+3}{5n^4 - 8n^2 + 6n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(n - \sqrt{n^2+1}\right)$

Exercice 5

Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} (n^2 - (-1)^n)$

Exercice 6

Soit (u_n) la suite de terme général $u_n = \dfrac{2 + 3\cos n}{n}$, pour tout entier $n > 0$. Déterminer sa limite.

Exercice 7

Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{2 + \cos n}$ est bornée.

Exercice 8

Montrer que la suite de terme général $u_n = 1 + 0,6 + 0,6^2 + \cdots + 0,6^n$ est majorée.

Exercice 9

Soit (v_n) définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = 2\sqrt{v_n} + 1$. Démontrer que (v_n) est bornée par 0 et 9.

Exercice 10

1) Étudier la limite de $3^n - 4^n$.

2) Déterminer la limite de la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3^2} + ... + \dfrac{1}{3^n}$

3) Déterminer la limite de la suite t définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \dfrac{5^n}{(-3)^n}$

Fiche rappels sur l'ordre dans $\mathbb{R}$

Soit a et b des réels.

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \quad a < b \Longleftrightarrow a + x < b + x$
2. $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad a < b \Longleftrightarrow ax < bx$
3. $\forall x \in \mathbb{R}_-^*, \quad a < b \Longleftrightarrow ax > bx$

Soit a et b des réels.

1. $0 \leqslant a < b$ entraîne $a^2 < b^2$ (stricte croissance de la fonction carré sur $\mathbb{R}_+$)
2. $a < b \leqslant 0$ entraîne $a^2 > b^2$ (stricte décroissance de la fonction carré sur $\mathbb{R}_-$)
3. $0 \leqslant a < b \Longleftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ (stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$)
4. $0 < a < b \Longleftrightarrow \dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b} > 0$ (stricte décroissance de la fonction inverse sur $\mathbb{R}_+^*$)
5. $a < b < 0 \Longleftrightarrow 0 > \dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$ (stricte décroissance de la fonction inverse sur $\mathbb{R}_-^*$)

Soit a, b, c et d des réels.

1. si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.
2. si $0 < a < b$ et $0 < c < d$ alors $0 < ac < bd$.