Exercice 1 :

Déterminer une hauteur

Une bille est lancée verticalement vers le haut à une altitude **h** = 2,0 m par rapport au sol, avec une vitesse **v** = 10 m / s. On considère que le poids est la seule force appliquée à la bille (chute libre) et on adopte pour intensité de la pesanteur **g** = 10 N / kg.

Calculer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique :

a. La hauteur maximale atteinte par la bille ;

b. La vitesse de la bille lorsqu'elle retombe au sol.

Correction exercice 1 :

a. Position du problème :

état du système	État initial	État final
Altitude	$z_A = 2{,}0$ m	$z_B = ?$
vitesse	$v_A = 10$ m / s	$v_B = 0$

- On utilise le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}\left(\vec{P}\right)$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_A^2 = m\cdot g\cdot(z_A - z_B)$$

$$-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_A^2 = m\cdot g\cdot(z_A - z_B)$$

$$-\frac{1}{2}\cdot v_A^2 = g\cdot(z_A - z_B)$$

$$z_B = \frac{1}{2}\cdot\frac{v_A^2}{g} - z_A$$

$$z_B = \frac{1}{2}\times\frac{10^2}{9{,}8} + 2{,}0$$

$$z_B \approx 7{,}1\ \text{m}$$

b. Vitesse de la bille lorsqu'elle retombe au sol :

état du système	État initial	État final
Altitude	$z_B = 7{,}1$ m	$z_0 = 0$
vitesse	$v_B = 0$ m / s	$v_0 = ?$

- En utilisant la même relation :

$$\Delta E_C = E_C(O) - E_C(B) = W_{BO}\left(\vec{P}\right)$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_O^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 = m\cdot g\cdot(z_B - z_O)$$

$$\frac{1}{2}\cdot v_O^2 = g\cdot z_B$$

$$v_O^2 = 2\cdot g\cdot z_B$$

$$v_O = \sqrt{2\cdot g\cdot z_B}$$

$$v_O = \sqrt{2\times 9{,}8\times 7{,}1}$$

$$v_O \approx 12\ \text{m / s}$$

Exercice 2 :

Déterminer une force de frottement

Un enfant, de masse **m** = 17 kg , descend sur un toboggan supposé rectiligne et incliné de angle **a**= 45 ° par rapport à l'horizontale.

Le point de départ est situé à une altitude **h** = 3,0 m au-dessus du sol.

On adopte pour intensité de la pesanteur **g** = 10 N / kg.

1. Répertorier les forces appliquées à l'enfant considéré comme un solide,

2. Calculer l'énergie cinétique, puis la vitesse qu'atteindrait l'enfant si les forces de frottement étaient négligeables. Commenter ce résultat.

3. En fait, l'enfant atteint le sol avec une vitesse de 2,0 m / s. Calculer le travail des forces de frottement durant la descente.

4. Si l'on admet que la résultante des forces de frottement est constante, calculer sa valeur et la comparer au poids de l'enfant.

Correction

1. Bilan des forces :

- On choisit le toboggan comme référentiel d'étude.

- Le système d'étude est l'enfant.

- Le système est soumis à son poids $\vec{P}$

$\vec{P}$	Point d'application :	centre d'inertie **G**
	Direction :	verticale du lieu passant par **G**

	Sens :	du haut vers le bas
	Valeur :	**P** = **m** . **g** exprimée en newton (N)

P poids en Newton N

m la masse en kg et

g le facteur d'attraction terrestre : **g** = 9,81 N / kg

- À la réaction du support $\vec{R}$.

- Cette force peut être décomposée :

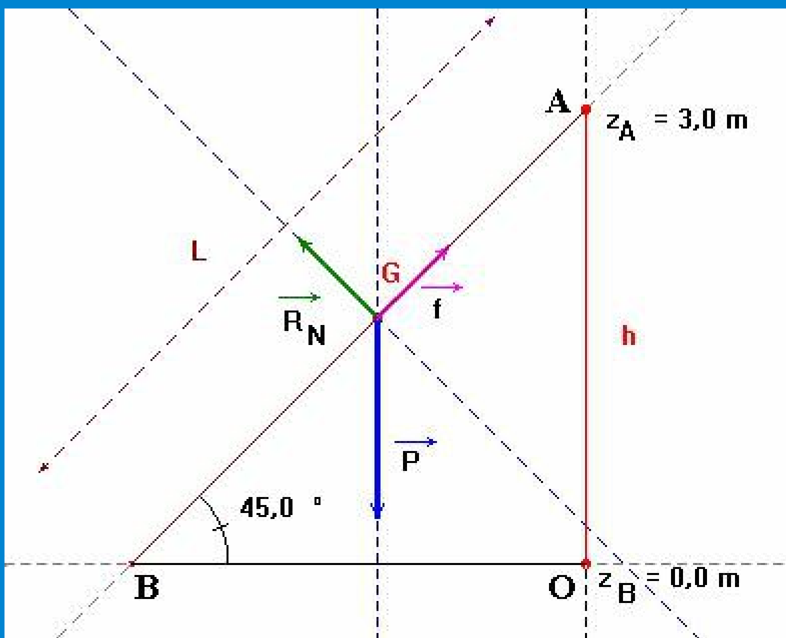
- Composante normale $\vec{R}_N$

- Une composante tangentielle $\vec{R}_T = \vec{f}$ parallèle et opposée au mouvement

- Cette composante modélise la résultante des forces de frottement.

- Remarque : Lorsque l'on effectue des calculs sur les travaux des forces, il est utile de décomposer la réaction du support ainsi.

- Schéma :



2. énergie cinétique si les frottements sont négligeables :

- Dans ce cas : $\vec{R}_T = \vec{f} = \vec{0}$ et $\vec{R} = \vec{R}_N$

- État du système :

état su système	État initial	État final
Altitude	$z_A = 3{,}0$ m	$z_B = z_O = 0$
vitesse	$v_A = 0$	$v_B = ?$

- On utilise le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{R}_N\right)$$

$$\text{Or } W_{AB}\left(\vec{R}_N\right) = 0 \text{ et } E_C(A) = 0$$

$$E_C(B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot z_A$$

$$E_C(B) = 17 \times 10 \times 3{,}0$$

$$E_C(B) \approx 5{,}1 \times 10^{2} \text{ J}$$

- Vitesse à la sortie du toboggan :

$$E_C(B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot z_A$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = g \cdot z_A$$

$$v_B^2 = 2\, g \cdot z_A$$

$$v_B = \sqrt{2\, g \cdot z_A}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 3{,}0}$$

$$v_B \approx 7{,}7 \text{ m/s} \approx 28 \text{ km/h}$$

- Cette vitesse est importante. Attention au contact avec le sol.

3- Travail des forces de frottement.

état su système	État initial	État final
Altitude	$z_A = 3{,}0$ m	$z_B = 0$
vitesse	$v_A = 0$	$v_B = ?$

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}\left(\vec{P}\right) + W_{AB}\left(\vec{R}_N\right) + W_{AB}\left(\vec{f}\right)$$

Or $W_{AB}\left(\vec{R}_N\right) = 0$

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot z_A + W_{AB}\left(\vec{f}\right)$$

$$W_{AB}\left(\vec{f}\right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot z_A$$

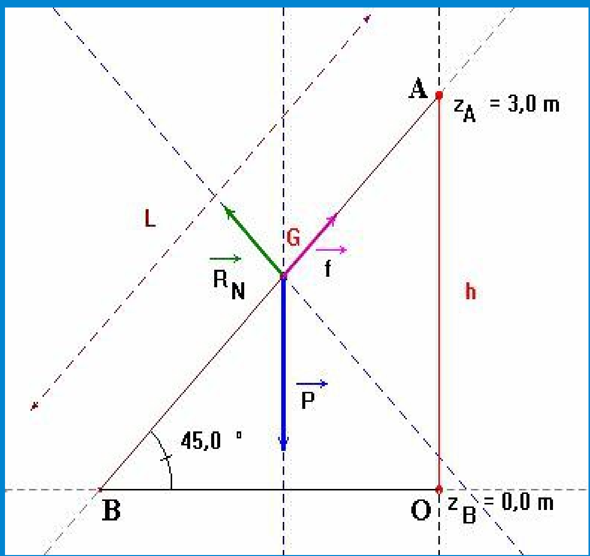
$$W_{AB}\left(\vec{f}\right) = \frac{1}{2} \times 17 \times (2{,}0)^2 - 17 \times 10 \times 3{,}0$$

$$W_{AB}\left(\vec{f}\right) \approx -4{,}8 \times 10^2 \text{ J}$$

- On utilise le théorème de l'énergie cinétique :
-

4. Valeur de la résistance des forces de frottement :

- Schéma :



- $$W_{AB}\left(\vec{f}\right) \approx -4{,}8 \times 10^2 \text{ J}$$

- D'autre part :

$$W_{AB}\left(\vec{f}\right) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = -\,f \cdot AB = -\,f \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$f = -\frac{W_{AB}\left(\vec{f}\right) \cdot \sin \alpha}{h}$$

$$f = \frac{4{,}8 \times 10^{2} \times \sin 45}{3{,}0}$$

- $f \approx 1{,}1 \times 10^{2}$ N

- Valeur du poids de l'enfant :

- **P** = **m**.**g** $\Rightarrow$ **P** = 10 x 17 $\Rightarrow$ **P** » 1,7 x 10 ^{2} N

- $\dfrac{f}{P} \approx \dfrac{1{,}1 \times 10^{2}}{1{,}7 \times 10^{2}} \approx 0{,}65$

- **P** > **f** et **P** et **f** sont du même ordre de grandeur.

Exercice 3 : Déterminer une variation d'énergie potentielle de pesanteur

Une trapéziste, de masse **m** = 50 kg , est hissée à une hauteur h = **10** m .

1. Calculer le travail minimal de la force de traction pour l'élever de cette hauteur.

2. La trapéziste tombe dans un filet de protection : son centre d'inertie passe de la position **A** à la position **B** au niveau du filet.

a. La variation d'énergie potentielle ΔE_P de la trapéziste est-elle égale à $E_P(A) - E_P(B)$ ou à $E_P(B) - E_P(A)$?

b. Calculer cette variation.

c. Cette variation d'énergie potentielle de pesanteur dépend-elle de la position de l'origine O sur l'axe vertical (z'z).

Correction

1. Travail minimal de la force de traction :

- Le travail de la force de traction doit être égal au minimum à la variation d'énergie potentielle :

- Une méthode de résolution :

- Référentiel d'étude : Le sol : référentiel terrestre supposé galiléen

- Système : le trapéziste.

- Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la force de traction $\vec{F}$:

Instants	t_B	t_A
état su système	État initial	État final
Altitude	$z_B = 0$ m	$z_A = 10$ m
vitesse	$v_B = 0$ m / s	$v_A = 0$

- On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les instants t_B et t_A.

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = W_{BA}(\vec{P}) + W_{BA}(\vec{F})$$

Avec $W_{BA}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_B - z_A) = -m \cdot g \cdot h$ et $\Delta E_C = 0$

On en déduit que :

- $W_{AB}(\vec{F}) = -W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot h$

$W_{BA}(\vec{F}) \approx 50 \times 10 \times 10$

$W_{BA}(\vec{F}) \approx 5{,}0 \times 10^3$ J

2. Énergie potentielle :

a. Le trapéziste passe de l'altitude **A** (z_A = 10 m) à l'altitude **B** (z_B = 0 m).

- Son altitude diminue et son énergie potentielle de pesanteur aussi :

- $\Delta E_P = E_{PB} - E_{PA}$ (valeur finale – valeur initiale)

b. Variation de l'énergie potentielle :

- On peut prendre comme origine de l'énergie potentielle le point B :

- $E_{PB} = 0$ et $E_{PA} = m.g.z_A$ Þ E_{PA} » 50 x 10 x 10 Þ E_{PA} » $5{,}0 \times 10^3$ J

- $\Delta E_P = E_{PB} - E_{PA}$ » $-5{,}0 \times 10^3$ J

c. Cette variation d'énergie potentielle ne dépend pas du choix de l'origine **O** des altitudes sur l'axe **z'Oz**.

- Car la variation d'altitude ne dépend que de la position des points **A** et **B**.