

LYCÉE
LA FOLIE SAINT-JAMES
NEUILLY-SUR-SEINE

Première année de classe préparatoire
aux concours des grandes écoles de commerce et de management
(ECG1)

TRAVAIL ESTIVAL

Eté 2026

Le travail estival demandé par vos futurs professeurs a pour objectif de vous préparer aux exigences des études supérieures en classe prépa ECG. Il est nécessaire de lire attentivement les conseils et de suivre les consignes indiquées dans chaque matière afin d'aborder la rentrée dans les meilleures conditions.

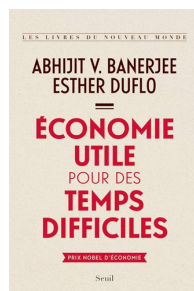
Bon travail et bon été à toutes et à tous !

Économie, Sociologie et Histoire du monde contemporain (ESH)

Le cours d'Économie, Sociologie et Histoire du monde contemporain (ESH) croise trois approches disciplinaires pour comprendre les grands enjeux économiques et sociaux du monde contemporain depuis le début du XIX^e siècle. Pour construire une réflexion pertinente et rigoureuse, telle qu'elle est exigée aux concours des grandes écoles que vous passerez en deuxième année, il est nécessaire de connaître à la fois des faits historiques précis et les théories de l'analyse économique et sociologique qui permettent de les expliquer.

Les recommandations de travail qui suivent, obligatoires et facultatives, ont donc pour objectif de vous préparer au niveau d'exigence intellectuelle de la prépa et de nourrir une certaine culture économique et sociale, nécessaire pour aborder sereinement les cours d'ESH à la rentrée.

1. Travail obligatoire pour tout le monde :



A lire :

Économie utile pour des temps difficiles d'Abhijit Banerjee et Esther Duflo, lauréats du prix Nobel d'économie 2019.

Vous pouvez lire tout le livre si vous le souhaitez mais je vous demande surtout de **lire et de ficher les chapitres 1, 2, 5, 6 et 7** qui permettent d'introduire quelques thèmes que nous reverrons en cours cette année (ambition et utilité de la science économique, pertinence des « lois » économiques, mesure et fin de la croissance, crise écologique, analyse des inégalités et effets des révolutions technologiques sur le travail).

A regarder :

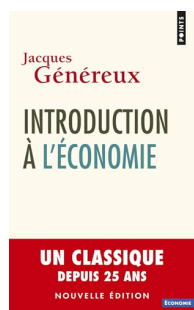
Je vous demande également de **regarder et ficher cette interview de Timothée Parrique**, économiste spécialiste de la question écologique et auteur de *Ralentir ou périr. L'économie de la décroissance* (2022). Il questionne la pertinence du PIB et de l'objectif de croissance poursuivi par les économies contemporaines pour ensuite proposer, avec la décroissance, une conception alternative de la richesse économique et sociale.



Votre fiche du livre et de la vidéo doit **synthétiser les idées importantes**, les **concepts économiques** mobilisés par les auteurs et **quelques exemples** pertinents. Vous ne pouvez évidemment pas vous contenter de lire un résumé sur Internet et encore moins demander à une IA de faire ce travail à votre place car il faudra être capable de remobiliser les idées intelligemment en montrant que vous avez compris le raisonnement.

La semaine de la rentrée, une interrogation portera sur cette lecture et cet entretien afin de vérifier que vous en avez retenu l'essentiel et que vous êtes capables de les remobiliser précisément dans le cadre d'un raisonnement pertinent.

2. Lecture complémentaire, conseillée pour celles et ceux qui n'ont pas suivi la spécialité SES au lycée :



Introduction à l'économie de Jacques Généreux (attention à prendre l'édition la plus récente, celle de 2017).

Si vous n'avez pas suivi la spécialité SES au lycée, lisez surtout les chapitres 2 (acteurs de l'économie) et 8 (fonctionnement des marchés) qui synthétisent les définitions et mécanismes de base introduits dans les programmes de SES du lycée.

La lecture du reste de l'ouvrage est facultative mais constitue une bonne introduction à de nombreuses approches théoriques que nous étudierons plus en détail en cours.

3. Travail (et plaisir !) facultatif pour celles et ceux qui veulent déjà aller plus loin

- Vous pouvez regarder, selon vos centres d'intérêt, ces **documentaires** pour commencer à réfléchir à certains thèmes que nous étudierons dans l'année (révolution industrielle et conditions de travail) :

Le temps des ouvriers

Série documentaire en 4 épisodes sur la naissance et l'évolution du travail ouvrier et de la classe ouvrière du XVIII^e siècle à nos jours.



Travail à la demande

Documentaire sur l'économie de plate-forme (Uber, Deliveroo...) et ses effets sur les conditions de travail des travailleurs indépendants.



- Certains **romans** peuvent aussi constituer des lectures utiles pour aborder, par la littérature, certaines périodes de l'histoire économique et sociale ainsi que des aspects du fonctionnement de la société ou des entreprises. En voici une liste non exhaustive :

Romans sur l'histoire économique et sociale :

- ***Germinal*** ou ***Au bonheur des dames*** d'Emile Zola (mutations économiques et sociales de la fin du XIX^e : travail à la mine et syndicalisme ouvrier, début des grands magasins et du travail d'employé de commerce)
- ***Les raisins de la colère*** de John Steinbeck (conséquences économiques et sociales de la Grande Dépression des années 1930 aux Etats-Unis)
- ***Les années*** d'Annie Ernaux (évolution des modes de vie et de consommation pendant les Trente Glorieuses)
- ***Les choses*** de Georges Perec (société de consommation des années 1960 en France et stratégies de distinction culturelle de la petite bourgeoisie intellectuelle)

Romans sur les conditions de travail et l'organisation des entreprises :

- ***L'établi*** de Robert Linhart (travail à la chaîne dans les années 1960 et politisation de la classe ouvrière)
- ***Les impatientes*** de Maria Pourchet (création d'entreprise, sens au travail et stratégie de carrière de cadres supérieurs diplômés d'écoles de commerce)
- ***Cora dans la spirale*** de Vincent Message (conditions de travail et de management dans une grande entreprise du tertiaire cotée en bourse)
- ***A la ligne*** de Joseph Ponthus (conditions de travail à l'usine et précarité de l'emploi intérimaire)

Romans sur le poids des structures sociales

- ***Leurs enfants après eux*** ou ***Connemara*** de Nicolas Mathieu (déterminisme social et inégalités des chances selon la classe sociale, désindustrialisation, fin de la classe ouvrière)
- ***La place*** d'Annie Ernaux (mobilité sociale par l'école, expérience autobiographique d'une transfuge de classe)

4. Manuels et ouvrages de référence :

Ce n'est pas nécessaire d'acheter un manuel d'ESH dès maintenant. Je vous donnerai quelques conseils à la rentrée et vous pourrez aussi consulter certains ouvrages de référence au CDI du lycée.

Bon été et au plaisir de vous retrouver à la rentrée !

Elise Braud, professeure d'ESH

Anglais LVA et LVB

A faire cet été, sans modération...

- Parler en anglais tant que possible : pendant vos voyages, avec vos amis etc. Soyez curieux et entreprenant.

- Ecoutez au moins 10 minutes d'anglais par jour : une série sans sous-titres ou avec des sous-titres anglais, par exemple: *The Pitt*, *Adolescence*, *The Crown*, *The Handmaid's Tale*, *Homeland*, *Mad Men*, *House of Cards*, *The Office (UK)*. Ou regardez un TED talk <http://www.ted.com/> : vous allez forcément trouver un thème à votre goût. Pourquoi ne pas prendre le temps de regarder quelques films que vous avez ratés (anglais, sous-titres anglais) tels que *Hamnet* (2020), *Don't Look Up* (2021), *Moonlight* (2017), *Jackie* (2017), *Fantastic Beasts and Where to Find Them* (2016), *I Daniel Blake* (2016), *Spotlight* (2015), *Brooklyn* (2015), *Steve Jobs* (2015), *Selma* (2014), *Citizen Four* (2014), *The Social Network* (2010), *Lincoln* (2012), *The King's Speech* (2010) ? Ou abonnez-vous à un podcast vidéo ou audio?

- Lisez au moins 10 minutes d'anglais par jour. Choisissez un ou plusieurs articles de presse de *The BBC*, *The Economist*, *The Guardian*, *The Times*, *The Washington Post*, *The Huffington Post* ou *Vocable*.

Si c'est difficile de lire presse, voici un site qui vous permet de lire un article par niveau (commencez par le niveau 1) . www.newsinlevels.com

Voici quelques conseils de lecture, mais lisez surtout ce qui vous plaît :

Deux livres lauréats de prix littéraires : *The Story of a Heart*, Rachel Clarke; *James*, Percival Everett

Deux livres d'économie: *Thinking, Fast and Slow* by Daniel Kahneman and Amos Tversky; *Doughnut Economics*, Kate Raworth

Un livre sur le monde des réseaux sociaux: *Careless People*, Sarah Wynn-Williams

Un livre de science fiction: *The Handmaid's Tale*, Margaret Atwood

Un livre classique : *Pride and Prejudice*, Jane Austen

Un livre facile: *Afraid of the Light*, Douglas Kennedy

Un polar: N'importe lequel par Tana French

Deux romans historiques: *Brooklyn*, Colm Tóibín; *Underground Railroad*, Colson Whitehead

Bibliographie pour la rentrée (livres à acheter) :

60 étapes pour réussir en anglais, Ellipses (n'importe quelle édition).

dictionnaire bilingue d'au moins 300 000 mots

un livre de grammaire selon le niveau de l'étudiant

Sites web utiles :

site général : <http://anglaiscpge.free.fr/> <https://major-prepa.com/matiere/langues/>

dictionnaire : <http://www.larousse.fr/dictionnaires/>

questions de traduction : <http://forum.wordreference.com/>

Penelope Hamm, professeure d'anglais

Allemand LVA et LVB

Bibliographie (diese Bücher sollten Sie kaufen!):

- Kuhn, Gabrielle : *Thème grammatical. 20 années de phrases aux concours CPGE*, ellipses, 2013
- Legros, Waltraud: *Na also! Zoom sur les points essentiels de la grammaire allemande*, ellipses, 2012

HAUSAUFGABE FÜR DIE SOMMERFERIEN

Landeskunde:

Wir werden im ersten Jahr folgende Themen behandeln:

Migration (Aufnahme und Integration von Geflüchteten, der Aufstieg der AfD, Fachkräftemangel)
Seiten 122-125 in *Tatsachen über Deutschland*

Wirtschaft (Deutschland als Exportnation, der Mittelstand, das Bildungssystem, die Bedeutung der Industrie)
Seiten 80-95 in *Tatsachen über Deutschland*

Umwelt (Energiewende, Verkehr, Klimaschutz)
Seiten 60-75 in *Tatsachen über Deutschland*

Politik (die Parteien, das Wahlsystem, die Bundesländer)
Seiten 6-16 in *Tatsachen über Deutschland*

→ Um sich vorzubereiten, sollen Sie die **Seiten 122-125** in *Tatsachen über Deutschland* zum Thema Migration **lesen** (unser erstes Thema im September) und **zu jeder Seite die fünf wichtigsten Informationen notieren**
https://interactive.deutschland.de/epapertued/epaper-2023_Tatsachen_DE/tatsachen-2023-deu.html#0

☐ Informieren Sie sich über aktuelle Ereignisse in Deutschland **mindestens zwei Mal pro Woche** in deutschsprachigen Medien und **notieren Sie die wichtigsten Infos**

www.sueddeutsche.de (linksliberale Tageszeitung)

www.faz.net (konservative Tageszeitung)

www.spiegel.de (Nachrichtenmagazin)

www.ard.de (Erstes Deutsches Fernsehen) ☐ tagesschau.de (20 Uhr-Nachrichten)

www.zdf.de (Zweites Deutsches Fernsehen) ☐ heute.de (19 Uhr-Nachrichten)

in einer Suchmaschine: *Deutsche Welle, Top Thema* (de l'actualité allemande en allemand simplifié)

Grammatik:

Wiederholen Sie die grammatischen Grundregeln in Waltraud Legros: *Na also! Zoom sur les points essentiels de la grammaire allemande*. Lesen Sie das erste Kapitel und machen Sie die Übungen.

Bis bald!

Dorian Kröger, professeur d'allemand (dorian.kroeger@web.de)

Espagnol LVA et LVB

Vous vous disposez à intégrer une Classe Préparatoire Economique et Commerciale. Félicitations !

Outre le plaisir que vous pourriez éprouver à parler et à étudier l'espagnol, il vous faudra acquérir une connaissance solide des enjeux du monde hispanique. Ainsi, dans l'optique de la préparation aux épreuves de concours, vous devrez non seulement vous tenir informés de l'actualité mais aussi consolider des compétences d'analyse, d'esprit critique et d'expression écrite et orale.

Vous serez également amenés à faire des traductions (versions et thèmes), ce qui implique de développer la correction et la richesse linguistiques.

Le niveau de langue attendu pour les concours est **très élevé**, c'est pourquoi il est impératif que les connaissances de base (grammaticales et lexicales) soient parfaitement maîtrisées.

Voici quelques conseils et consignes de travail pour préparer au mieux votre rentrée :

- Vous devrez impérativement avoir révisé les **conjugaisons** (verbes réguliers et irréguliers, à tous les modes et tous les temps). Leur maîtrise constitue un prérequis. Vous vous attendrez à un contrôle exhaustif dès la rentrée. Le *Précis de grammaire* indiqué dans la bibliographie pourra vous être utile pour ces révisions.
- Revoyez vos cours d'espagnol des années précédentes en élaborant des fiches de lexique thématique. Profitez-en pour revoir tous les principaux points de **grammaire** (par exemple, les emplois de *ser/estar*, l'utilisation des prépositions *por/ para*, les traductions de « devenir » ou encore l'obligation personnelle et impersonnelle, ...). **Procurez-vous également un petit répertoire ou un carnet** pour y noter les faits de langue étudiés en cours.
- Il serait bon de **parler** (prononcer, articuler, répéter, lire à voix haute) et **écouter** l'espagnol de façon très régulière. L'idéal serait de bénéficier d'un séjour en immersion dans un pays hispanophone. Autrement, vous pouvez, par exemple, regarder et écouter des médias (résumé des informations en 4 minutes que propose la chaîne espagnole RTVE : <http://www.rtve.es/noticias/telediario-en-4> ou la radio espagnole Cadena SER ou Radio Nacional de España, entre autres).
- Familiarisez-vous avec la situation géopolitique des pays de l'espace hispanophone dans le monde (ainsi que les capitales et les noms des présidents en exercice). Vous devrez aussi bien connaître les communautés autonomes que compte l'Espagne (situation géographique, capitale...).
- Pour vous entraîner, traduisez les phrases suivantes (nous les corrigerons à la rentrée) :

a) *Il y a deux jours, la secrétaire de Monsieur Carrillo m'a téléphoné pour me demander d'annuler le rendez-vous du 15 juin.*

b) *Si vous aviez besoin d'argent, je pourrais vous prêter dix mille euros pour une période de six à neuf mois.*

c) *Pour un homme d'affaires, l'avion est le moyen le plus rapide pour aller dans un pays étranger.*

Soyez donc attentifs, curieux et ouverts. **Lisez** régulièrement la presse, n'hésitez pas à visionner des séries ou des films espagnols ou latino-américains, à écouter des musiques et aussi à lire des romans, des nouvelles ou des revues en version originale. Profitez aussi de vos vacances car une année chargée mais passionnante vous attend.

BIBLIOGRAPHIE

OBLIGATOIRE :

- *Le vocabulaire espagnol, Économie, Politique, Société*, Marc Lazcano, ARMAND COLIN
- *BLED Espagnol, Etudes Supérieures*, Pierre Gerboin, Hachette Education
- *Précis de civilisation espagnole et ibéro-américaine du XXème siècle à nos jours avec cartes mentales*, C. Poux, C. Anzemberger, ELLIPSES

CONSEILLÉE :

- *El arte de conjugar en español* (Bescherelle)
- *Précis de grammaire espagnole*, Pierre Gerboin, Christine Leroy, HACHETTE EDUCATION
- *BLED Espagnol, Etudes Supérieures*, Pierre Gerboin, Hachette Education
- *Lexique essentiel de l'espagnol*, Monica Dorange, Ellipses
- *Le mot et l'idée 2*, Eric Freysselinard, Ophrys
- *Civilisation espagnole*, Martine Jullian, Hachette Supérieur
- *Civilisation espagnole et hispano-américaine*, Monica Dorange, Hachette Education

LECTURES RECOMMANDEES

Votre année d'ECG sera ponctuée de travaux de traduction mais elle sera aussi l'occasion d'appréhender les grands enjeux du monde hispanique contemporain à travers la lecture et l'analyse hebdomadaire de la presse. Il est donc nécessaire de vous familiariser d'ores et déjà avec des supports facilement accessibles sur internet. Voici quelques titres :

- Grands quotidiens espagnols :

www.elpais.com
www.elmundo.es
www.lavanguardia.com
www.abc.es

- Grands quotidiens latino-américains :

www.latinreporters.com
www.lanacion.com.ar
www.clarin.com.ar
www.granma.cubaweb.cu
www.eluniversal.com.mx
www.elmercurio.com
www.ultimasnoticias.com.ve

- Autres :

www.espaces-latinos.org
www.courrierinternational.com
www.bbc.co.uk/mundo/

¡Que tengáis buenas vacaciones !

Ana Rodriguez, professeure d'espagnol

Philosophie

Le cours de philosophie en ECG 1 s'inscrit dans le prolongement de celui de terminale et prépare à l'épreuve de dissertation, ainsi qu'à certaines épreuves orales des concours.

L'objectif

L'épreuve écrite des concours est une dissertation (par exemple : Y a-t-il une violence rationnelle ? Le plaisir se partage-t-il ? La science nous guérit-elle de l'illusion ? La vraie vie, De quoi ne peut-on pas juger ? Le mystère des images, etc.). Les candidats sont jugés sur leur capacité à voir les enjeux de la question posée, sur la simplicité et la rigueur des élaborations conceptuelles qu'ils proposent, sur la précision et la finesse des analyses qu'ils développent, et sur la pertinence des connaissances qu'ils mobilisent pour y apporter une solution. Cette épreuve exigeante, mais stimulante est une excellente préparation aux décisions que l'on est amené à prendre dans sa vie professionnelle.

L'objectif principal n'est pas d'accumuler des connaissances et des références, mais de s'approprier des pensées fondatrices pour nourrir sa réflexion, s'orienter dans le monde contemporain, cultiver sa curiosité et faire des choix éclairés et efficaces.

Le programme

Immense et passionnant, il recouvre tous les domaines de la culture et vous donnera des bases essentielles qui vous permettront de vous repérer toute votre vie dans le champ du savoir et les débats intellectuels ou politiques, d'acquérir des méthodes de travail qui vous donneront des habitudes de réflexion efficaces (distinguer l'essentiel de l'accessoire, discerner ce qui est vraiment original, construire des raisonnements convaincants...) et de construire des projets solides. Vous vous demanderez bientôt comment il est possible d'ignorer tout ce que vous apprendrez ces deux prochaines années.

En première année, on pose les fondations, à partir de neuf thèmes :

- . L'héritage de la pensée grecque et latine
- . Les apports du judaïsme, du christianisme et de l'islam à la pensée occidentale
- . Les étapes de la constitution des sciences exactes et des sciences de l'homme
- . L'essor technologique, l'idée de progrès
- . La société, le droit et l'État modernes
- . Les figures du moi et la question du sujet depuis la Renaissance
- . L'esprit des Lumières et leur destin
- . Quelques grands courants artistiques et esthétiques depuis la Renaissance
- . Les principaux courants idéologiques contemporains

En seconde année, ces fondations permettent de construire une réflexion approfondie sur un thème (par exemple : juger, l'image, la violence, le monde, aimer, l'animal, le désir, la mémoire, le corps, la parole, la nature, la vérité, l'espace, le plaisir, l'amitié, la société, la vie, la justice, la passion, etc.).

Le travail demandé

- des dissertations sur table,
- une colle (interrogation orale individuelle) par mois,
- de nombreuses lectures,
- des exercices pour préparer les cours et faciliter leur assimilation

Bibliographie

Il n'est pas question que vos vacances soient occupées à un travail qui commencera à la rentrée. Je me contente donc ici de vous indiquer les lectures utiles pour préparer les premiers cours et vous orienter l'année prochaine (et les suivantes). J'ai choisi des livres faciles à lire. Si vous voulez des indications complémentaires, sur des sujets plus précis, je vous invite à me contacter : nicolas.franck@icloud.com

Pour préparer les premiers cours de l'année

1. **Platon, *Euthyphron***, Éd. GF-Philosophie n° 652, 10 € [préférez cette édition pour que nous ayons tous la même traduction]. — Un bref dialogue de Socrate avec un devin sur la piété, qui permet de comprendre quelle méthode il faut suivre pour savoir ce que les dieux (ou le Dieu, car au cours du dialogue, le polythéisme est réfuté) attendent de nous. Une leçon d'une puissance sans pareille pour concilier religion et autonomie de l'individu et comprendre la distinction entre croire et savoir. *Lecture obligatoire, car nous travaillerons de près ce dialogue au début de l'année.*
2. **Marc-Aurèle, *Pensées pour moi-même***, Éd. GF n° 16, 3,90 €. Marc-Aurèle est à la fois empereur de Rome et philosophe, cas unique, bien loin de la caricature que l'on fait souvent du philosophe inapte à l'action. Ce petit livre, initialement des notes écrites par Marc-Aurèle pour son seul usage, a eu une influence considérable sur toute la pensée européenne. Achetez l'édition indiquée, que nous ayons tous la même traduction et parce que le texte de Marc-Aurèle y est suivi du *Manuel* d'Épictète, autre très grand philosophe stoïcien. *Lecture obligatoire.* Vous pouvez sauter le livre 1.

Pour s'initier agréablement à la démarche philosophique

3. **Francis Wolff, *Il n'y a pas d'amour parfait***, Éd. Fayard, 5 € — Ce très court livre d'un philosophe contemporain est d'une lecture aisée. Il vaut par son sujet bien entendu, la construction d'une définition de l'amour, mais aussi par sa méthode exemplaire, car l'auteur explique comment faire pour élaborer des définitions de notions qui semblent au premier abord insaisissables, ce que vous aurez vous-même à faire dans vos dissertations. Sa démarche est donc un très bon exemple de ce qui est demandé en philosophie à partir d'un sujet plaisant.
4. **François Jullien, *Il n'y a pas d'identité culturelle***, Éd. de L'Herne, 7,50 € — Encore un petit livre d'un philosophe contemporain. Son auteur, spécialiste de la pensée chinoise, a consacré sa vie à la présenter et à reconsidérer la pensée européenne d'un point de vue extérieur. Fort de son savoir, il réfléchit à ce qui constitue ce qu'on appelle « identité culturelle » et montre que ce qui fait la fécondité d'une culture se trouve non pas dans sa différence avec les autres, car cela renverrait à une identité figée et bien souvent épuisée et morbide, mais dans sa capacité à nous permettre un écart, c'est-à-dire à nous placer entre deux cultures ou deux identités, non pour y renoncer mais pour les comprendre sans en être prisonnier. Un livre un peu plus difficile que le précédent, mais très stimulant. Du point de vue de la méthode, la réflexion de François Jullien est très utile : il construit des distinctions conceptuelles, par exemple entre différents sens de la notion d'universel, entre universel et commun, entre écart et différence, entre identité et ressource qui sont un modèle de ce que vous aurez à apprendre pour faire des dissertations.

Pour mieux comprendre notre époque

5. **Steven Pinker, *Le triomphe des Lumières***, Éd. Les Arènes, 24,80 €. Livre assez gros, mais facile à lire, qui montre que le programme des Lumières défini au 18^e s. (émancipation des hommes par le savoir, déclin de la violence et progrès du droit, enrichissement des sociétés humaines grâce à la science et au commerce, etc.) est en train de se réaliser sous nos yeux sans que nous le voyions toujours. Livre stimulant et rassurant, qui prend à rebours bon nombre d'idées reçues. Nous passerons l'année à interroger cette grande thèse optimiste sur la modernité. Ce progrès a-t-il un coût ? Que nous empêche-t-il de voir ? Vous pouvez sauter les chapitres qui vous intéressent moins, ou, à l'intérieur des chapitres, les passages qui vous semblent fastidieux ou inutiles.
6. **Christophe Blain et Jean-Marc Jancovici, *Le monde sans fin***, Éd. Dargaud, 27 €. Cette bande dessinée (présentée sur le site de l'éditeur : <https://urlz.fr/iHI9>) n'a pas de substance philosophique immédiate, mais invite à s'interroger sur le coût du triomphe des Lumières. C'est au prix d'une consommation d'énergie fossile colossale que se sont faits les progrès de la prospérité et de la liberté. Maintenant que cette consommation doit se réduire, le triomphe des Lumières est-il remis en cause ? Les progrès de la modernité sont-ils dépendants sans le savoir de notre mode de production d'énergie ? La bande dessinée ne pose pas directement ces questions mais donne les éléments indispensables pour tenter de commencer à y répondre. *Lecture recommandable et recommandée.*

Ces deux derniers ouvrages soutiennent des positions divergentes. C'est voulu: commencer à penser, c'est apprendre à mesurer l'écart entre des positions en désaccord. Le livre de François Jullien proposé ci-dessus le montre: la pensée trouve sa place naturelle dans cet écart, plutôt que dans le choix précipité et rassurant d'un camp.

7. Le mensuel *Philosophie magazine* offre une présentation attrayante d'un certain nombre de débats contemporains, permettant à la fois d'éclairer l'actualité et de vérifier la fécondité du travail des philosophes de toutes les époques. C'est une lecture très utile.

Lettres

Les cours de Lettres représentent 3h hebdomadaires + colles + TD + DS

Objectifs : en complémentarité avec vos cours de philosophie, ils sont destinés à vous accompagner dans une démarche d'élaboration d'une culture générale à même de vous faire réfléchir sur le monde moderne qui vous entoure, et à vous aider à progresser en termes d'expression (écrite comme orale), d'esprit critique et de capacité de synthèse.

Méthodologiquement, ils ont pour fonction de vous préparer

- aux épreuves écrites des concours que sont :
 - la dissertation de philosophie-littérature / culture générale, pour compléter les références vues en cours de philosophie, épreuve qui sera prise en charge essentiellement par votre professeur de philosophie
 - les épreuves de résumé / contraction / synthèse
- aux épreuves orales des entretiens.

Le programme : en nous inspirant des rubriques du programme national

- L'héritage de la pensée grecque et latine ;
- Les apports du judaïsme, du christianisme et de l'islam à la pensée occidentale ;
- Les étapes de la constitution des sciences exactes et des sciences de l'homme ;
- L'essor technologique, l'idée de progrès ;
- La société, le droit et l'Etat modernes ;
- Les figures du moi et la question du sujet depuis la Renaissance ;
- L'esprit des Lumières et leur destin ;
- Quelques grands courants artistiques et esthétiques depuis la Renaissance ;
- Les principaux courants de pensée contemporains,

→ Nous procéderons à un parcours chronologique qui nous permettra de revisiter les grandes périodes historiques artistiques et culturelles dont notre monde contemporain est héritier.

Afin de vous préparer à ce programme, je vous demande pour la rentrée de :

- Avoir lu Jean-Pierre Vernant, *L'Univers, les dieux, les hommes* (1999)
- Avoir parcouru le E. Hamilton, *La mythologie, ses dieux ses héros ses légendes*
<https://www.marabout.com/la-mythologie-9782501141482>
- Avoir lu un ouvrage "classique" au choix (*voir annexe ci-après*)

→ Prenez des notes sur ces lectures dans un cahier prévu à cet effet, votre cahier

"CULTURE", FORMAT 21x29,7 ou 24x32 (si possible joli puisque vous le garderez sur vos deux années et qu'il sera personnalisé), que vous apporterez à la rentrée.

→ JP Vernant : résumer chaque chapitre en ½ page à 1 page.

→ Hamilton :

a) choisir au moins 5 figures mythologiques que vous ne connaissiez pas et en résumer l'histoire

b) Reproduire l'arbre généalogique et bien connaître les histoires des Atrides et des Labdacides

→ Ouvrage classique : rédiger une page-bilan (Auteur, titre, date de parution + résumé court et personnel ¼ de page + avis personnel ½ page)

Je vous demande par ailleurs de vous procurer, toujours pour la rentrée :

- **Le Manuel de Culture générale de chez Vuibert :**
<https://www.vuibert.fr/ouvrage/9782311404852-culture-generale>

Pour démarrer l'année dans un état d'esprit curieux et ouvert, je vous suggère par ailleurs de profiter de l'été pour :

- Faire d'autres lectures que celles demandées ci-dessus : un autre classique que vous n'auriez pas encore lu et que vous regrettez de ne pas avoir lu encore ? un contemporain, comme par exemple un prix Nobel, ou prix Goncourt ?
- Découvrir ce que la radio a de si passionnant à vous faire découvrir : toute émission ou tout podcast qui vous intriguerait sur France culture dont je vous invite à télécharger l'application sur votre téléphone... <https://www.radiofrance.fr/franceculture> (Le Cours de l'Histoire, Avec Philosophie, Entendez-vous l'éco, ...)
- Découvrir de bons documentaires et de bons films par exemple grâce à l'application ARTE <https://www.arte.tv/fr/> (l'émission "Le dessous des cartes", un documentaire sur le peintre Cézanne, des films de Charlie Chaplin ?...)
- Faire si vous le pouvez la visite d'un musée sur votre lieu de vacances

➔ là aussi rédiger un petit compte rendu de ce qui vous a intéressé, ou plu, dans votre Cahier culture (en l'illustrant ?) sera un bon moyen de commencer aussi à vous l'approprier.

L'année va être exigeante mais passionnante ; en attendant de nous retrouver, passez de bonnes vacances, et à la rentrée !

Cerise Letenneur, professeure de lettres

Antiquité : à part la mythologie

- **Homère** : *L'Iliade, L'Odyssée*
- **Une tragédie antique** ? Sophocle *Oedipe roi*, ou toute tragédie d'Eschyle, Sophocle ou Euripide
- Encore plus de mythologies avec **Ovide**, *Les Métamorphoses* (en piochant quelques unes)

Moyen-âge :

- **Un des romans de Chrétien de Troyes** (Yvain ou le chevalier au lion, Lancelot ou le chevalier à la charrette, Perceval ou le conte du Graal), ou *Tristan et Yseult*, de Beroul / Thomas

XVIe :

- Montaigne *Les Essais*, par exemple deux chapitres : **Des Cannibales (Livre I, chapitre 31)**, **Des Coches (Livre III, chapitre 6)** (je vous recommande l'édition Pinganaud, chez Arléa) pour découvrir comment on percevait la rencontre des “indigènes” du Nouveau Monde à l'époque dite des “Grandes découvertes”
- Un **Shakespeare** : *Macbeth, Hamlet, Roméo et Juliette*, ... Bien plus facile à lire qu'on ne le croit bien souvent !

XVIIe :

- Le théâtre classique : Corneille : *Horace, Le Cid, Cinna, Médée, L'illusion comique...*; Racine : *Phèdre, Bérénice, Andromaque, Britannicus...* ; Molière : *Dom Juan, Le Misanthrope, Tartuffe...*
- Ou encore Mme de Lafayette : *La Princesse de Clèves* ou quelques **Fables de La Fontaine**

XVIIIe :

- Un petit conte philosophique de Voltaire, comme *Zadig, Candide*, ou *L'Ingénu*
- Choderlos de Laclos *Les Liaisons dangereuses*, un roman épistolaire qui se lit d'une traite !
- Montesquieu : *Les Lettres Persanes* là encore un roman épistolaire sympa à lire, promis !
- Rousseau, *Les Confessions* (par exemple juste les livres I à IV)
- Du théâtre ? Une pièce de **Marivaux** (*Le Jeu de l'amour et du hasard, Les Fausses confidences...*) ou du Beaumarchais (*Le Mariage de Figaro* ?)

XIXe :

- Un ou deux classiques du roman réaliste ou naturaliste : **Balzac** : *Le Père Goriot, Eugénie Grandet, Le chef d'oeuvre inconnu*, **Stendhal** : *Le Rouge et le Noir, La Chartreuse de Parme*, **Flaubert** : *Madame Bovary, L'Education sentimentale*, **Maupassant** : *Une Vie, Bel-Ami, Le Horla*, **Zola** : *Thérèse Raquin, L'Assommoir, La Bête humaine* (...)
- **Hugo** : *Ruy Blas, Hernani*
- **Musset** : *Lorenzaccio*
- Et pourquoi pas **un peu de poésie** ? Victor Hugo, tout y est magnifique (tentez de piocher dans les *Contemplations* ?), Musset (*Les Nuits*), ... Verlaine, Rimbaud...
- pour les plus aguerris, un gros roman russe ? par exemple Dostoïevski, *Crime et Châtiment* (mon préféré)... ou un plus court (*Les Nuits blanches*), court aussi : Tourgueniev, *Premier amour*

XXe : au hasard...

- Camus : *L'Etranger, La Peste*
- Robbe-Grillet : *Les Gommages, La Jalousie*
- Nathalie Sarraute : *Enfance*
- Proust : “Un Amour de Swann”, dans *Du côté de chez Swann* (premier volume de la Recherche)
- Céline : *Voyage au bout de la nuit*
- En théâtre : Sartre : *Les mots, Huis Clos*, pour ceux qui n'ont pas peur de l'absurde : Ionesco, *La Cantatrice chauve, Le Roi se meurt*, Beckett : *En attendant Godot*
- les fameuses dystopies : A. Huxley : *Le Meilleur des mondes*, Orwell : *1984, La Ferme des animaux*, Bradbury : *Fahrenheit 451*

➔ Sinon : demandez à vos proches quel classique ils ont aimé, et laissez-vous influencer ! (et, évidemment, pas vos œuvres de français de 1ère...) ; oui, vous pouvez aussi lire un grand classique de la littérature étrangère !

Objectif : s'amuser à découvrir. Sauter les passages qui vous ennuiant ou essayez au contraire de les apprécier quand même, abandonnez une lecture qui ne vous convient pas pour en prendre une autre, ... choisissez des extraits, prenez une œuvre courte, une œuvre longue, peu importe : sentez-vous libre, mais mature dans votre façon de faire : ne vous contentez pas de lire des résumés : lisez ! :)

Travail estival - Mathématiques appliquées

Le programme de Mathématiques appliquées en CPGE ECG se situe dans la lignée du programme du lycée. Toutefois, pour réussir cette année, vous aurez besoin de gagner en autonomie, en rigueur, et en capacité de calcul.

Que vous ayez suivi l'option **mathématiques complémentaires** ou l'option **spécialité mathématiques** en terminale, il est important d'avoir une bonne maîtrise de tout les chapitres du lycée (hormis ceux portant sur la géométrie et la trigonométrie). Si vous avez suivi l'option **mathématiques complémentaires** il n'y a pas besoin de « rattraper » le programme de spécialité : les notions seront toutes revues durant la première année.

Préparer la rentrée

Vous devez avant tout profiter des vacances pour vous reposer car, dès la rentrée, le rythme de travail sera intense. Nous vous recommandons de recommencer à faire des Mathématiques au minimum deux semaines avant la rentrée. Il ne s'agit pas d'assimiler de nouvelles connaissances, mais plutôt de vous réhabituer à faire des Mathématiques. On s'attend à ce que vous arriviez prêt au travail.

Le plus important est de vérifier que vous connaissez les règles de calcul et que vous savez les appliquer. Il faut comprendre qu'un élève arrivant en prépa avec des difficultés calculatoires aura du mal à suivre le rythme et sera pénalisé sur le long terme. Vous pouvez laisser vos calculatrices à la maison, elles ne seront pas autorisées, ni en classe, ni aux concours. Vous trouverez ci-dessous les règles à connaître par cœur pour la rentrée¹. Une **petite interrogation de calcul sera faite lors du premier cours de Mathématiques** pour évaluer vos acquis. L'interrogation sera semblable aux exercices 1 à 8 présentés ci-dessous.

Calcul

- Règle de calcul sur les fractions : [fiche récapitulative](#).
- Savoir développer et factoriser des expressions littérales.
- Connaître les identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

- Savoir calculer avec des puissances et des racines carrées : fiches récapitulatives [ici](#) et [là](#).
- Règles de calcul sur l'exponentielle et le logarithme népérien : [fiche récapitulative](#).

Pour vérifier que vous maîtrisez ces règles, assurez-vous d'être capables de faire les exercices suivants :

Exercice 1

Établir les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} (a) \quad & (x + 1)(2x - 1) = 2x^2 + x - 1 \\ (b) \quad & x(x + 1)(x + 2) = x^3 + 3x^2 + 2x \\ (c) \quad & (x^2 + x + 1)(x - 1) = x^3 - 1 \end{aligned}$$

Exercice 2

Établir les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} (a) \quad & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1} \\ (b) \quad & \frac{x}{x+1} - 1 = -\frac{1}{x+1} \\ (c) \quad & \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2x-3}{x^2-1} \end{aligned}$$

1. Certaines fiches récapitulatives contiennent des exercices supplémentaires, que vous pouvez regarder si vous souhaitez vous exercer davantage.

Exercice 3

Écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles :

$$\begin{array}{llll} (a) A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{5} & (b) B = \frac{\frac{6}{35}}{\frac{3}{5}} & (c) C = \frac{6}{\frac{35}{3}} & (d) D = \frac{\frac{-3}{7}}{\frac{7}{-10}} \\ (e) E = 0.42 & (f) F = \frac{4 - \frac{1}{3}}{\frac{5}{2} - 1} & (g) G = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(3 - \frac{1}{3}\right)^2 & \end{array}$$

Exercice 4

Simplifier au maximum les expressions suivantes à l'aide des règles de calcul des puissances :

$$\begin{array}{lll} (a) A = 3^3 \times 3^{-6} \times 3^2 & (b) B = \frac{2^3}{2^{-3}} & (c) C = \frac{(5^1)^{-5} \times 5^{12}}{5^3} \\ (d) D = 7^{-6} \times (11^2)^3 \times 7^2 \times 11^{-8} & (e) E = (-2)^3 & (f) F = -2^3 \\ (g) G = 6^4 \times (3^{-3})^3 \times 2^{-8} & (h) H = \left(\frac{2^{-2} \times 2^{-4}}{2^{-3}}\right)^{-4} & \\ (i) I = \frac{9 \times 3^4}{3^2 \times 27} & (j) J = 9 \times (12 - 9)^5 & (k) K = 16 \times \frac{1}{4^3} \times (-4)^4 \times 4 \end{array}$$

Exercice 5

Simplifier au maximum les expressions suivantes à l'aide des règles de calcul sur les racines carrées :

$$\begin{array}{lll} (a) A = \sqrt{18} \times \sqrt{2} & (b) B = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} & (c) C = \frac{(\sqrt{7})^3}{\sqrt{7}} \\ (d) D = \sqrt{2^4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{8} & (e) E = (-\sqrt{3})^2 & (f) F = -\sqrt{16} \\ (g) G = \sqrt{(-7)^2} & (h) H = \left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{\sqrt{4}}\right)^2 & \\ (i) I = \frac{\sqrt{81} \times \sqrt{3}}{\sqrt{27}} & (j) J = \sqrt{5 \times 20} & (k) K = \sqrt{2^6} \times (\sqrt{2})^{-3} \times \sqrt{4} \end{array}$$

Exercice 6

Écrire les nombres suivants sous la forme $3^n \times 2^p$ avec n et p des entiers relatifs que l'on précisera :

$$\begin{array}{lll} (a) A = (3^2 \times 16^3)^3 & (b) B = (\sqrt{3} \times \sqrt{2})^4 & (c) C = \sqrt{3^6 \times 2^4} \\ (d) D = \frac{9}{8} & (e) E = 0,25 & (f) F = \frac{3^{-2} \times 2^7}{(3^2)^3 \times 3^{-1}} \end{array}$$

Exercice 7

Développer puis simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{l} (a) A = (\sqrt{2} - 1)^2 \\ (b) B = (2\sqrt{3} - 5)^2 \\ (c) C = (3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6}) \end{array}$$

Exercice 8

Simplifier au maximum les expressions suivantes à l'aide des règles de calcul sur les exponentielles et les

logarithmes :

$$(a) \quad A = e^3 \times e^{-5} \times e^2$$

$$(b) \quad B = \frac{e^7}{e^{-2}}$$

$$(c) \quad C = (e^2)^4$$

$$(d) \quad D = e^{-3} \times e^6 \times e^{-2}$$

$$(e) \quad E = \ln(e^5)$$

$$(f) \quad F = e^{\ln(7)}$$

$$(g) \quad G = \ln(1)$$

$$(h) \quad H = \ln(e^{-4})$$

$$(i) \quad I = \ln(8 \times 2)$$

$$(j) \quad J = \ln\left(\frac{e^6}{e^2}\right)$$

$$(k) \quad K = \ln((e^3)^2)$$

$$(l) \quad L = \frac{e^4 \times e^{-1}}{e^2}$$

Voici enfin d'autres thèmes, accompagnés d'exercices, sur lesquels vous pouvez vous exercer une fois les règles de calculs connues et maîtrisées :

Équations et inéquations

- Savoir résoudre une équation ou une inéquation du premier degré.
- Savoir résoudre une équation ou une inéquation du second degré.
- Savoir étudier le signe d'une expression algébrique (produit, fraction rationnelle).

Dans le cas où vous rencontreriez des difficultés sur les équations et inéquations, il est nécessaire de revoir quelques éléments de cours et de vous entraîner sur d'autres exercices. L'éditeur [Le Livre Scolaire](#) met gratuitement en ligne ses manuels scolaire :

- pour travailler les équations et inéquations du premier degré, voir dans le chapitre 0 du manuel de seconde : [calcul littéral](#) et [résolution d'équations](#).
- pour travailler les équations et inéquations du second degré, voir le chapitre 3 du manuel de première : [résolution d'équations du second degré](#) et [résolution d'inéquations du second degré](#).

Suites

- Revoir les suites arithmétiques et les suites géométriques.
- Revoir le principe de récurrence.

Fonctions

- Revoir les fonctions usuelles (fonctions linéaires, fonction carré, fonction inverse, fonction racine carrée, fonction exponentielle, fonction logarithme)
- Revoir les règles de dérivation.
- Savoir mener une étude de fonction (variations, limites, tangentes, convexité...)

Exercices d'entraînement

Voici des exercices sur les équations et inéquations :

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes :

$$(a) 2x + 1 = x - 1 \quad (b) (x + 1)(x - 2) = 0 \quad (c) \frac{2x + 1}{x - 1} = 1$$

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

$$(a) 2x^2 - x - 1 = 0 \quad (b) x^2 + x + 1 = 0 \quad (c) \frac{1}{x - 1} = \frac{x + 1}{x + 2}$$

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes :

$$(a) 2x - 1 \geq 0 \quad (b) x + 1 \geq 2x - 2 \quad (c) 2x^2 + x < 2x + 1 \quad (d) \frac{x - 2}{x + 1} \geq 0$$

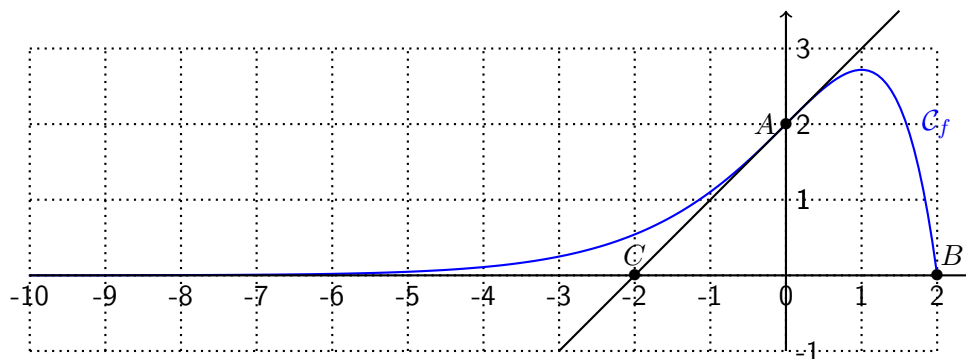
Enfin, quelques annales de BAC sur des thèmes variés :

Exercice 12

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-10 ; 2]$. On a placé les points $A(0,2)$, $B(2,0)$ et $C(-2,0)$. On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$.
- La droite (AC) est tangente en A à la courbe $\mathcal{C}_f$.
- La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A .
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$.
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe, et celui sur lequel elle est concave.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A. On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$f(x) = (2 - x)e^x.$$

7. (a) Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
- (b) Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-10 ; 2]$.
- (c) En déduire la valeur de $f'(1)$.
8. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
9. (a) Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
- (b) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$.
10. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

Exercice 13

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20% de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos. On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1^{er} juillet de l'année $(2018 + n)$. Au 1^{er} juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. (a) Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1^{er} juillet 2019.
- (b) Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.
2. (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

rang n	terme u_n
0	150
1	...
2	...
3	...

- (b) Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

rang n	terme u_n
36	174,992
37	174,994
38	174,995
39	174,996
40	174,997

Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

3. Dans cette question, on cherche à démontrer la conjecture émise à la question précédente.

Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 175$.

- (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- (b) En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$.
- (c) Déterminer alors la limite de la suite (u_n) .

Exercice 14

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x^2}.$$

1. (a) Démontrer que, pour tout réel $x \in]0 ; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{-1 - 2\ln(x)}{x^3}.$$

- (b) Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ l'inéquation $-1 - 2\ln(x) > 0$.

En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.

- (c) Dresser le tableau de variation de f .

2. Étudier le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Exercice 15

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln(x^2) - \frac{1}{x}.$$

On a tracé ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f , ainsi que la droite T , tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $(1; -1)$. Cette tangente passe également par le point B de coordonnées $(0; -4)$.

Partie A

1. Lire graphiquement $f'(1)$ et donner l'équation réduite de la tangente T .
 2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave.
- Que semble représenter le point A pour la courbe $\mathcal{C}_f$?

Partie B

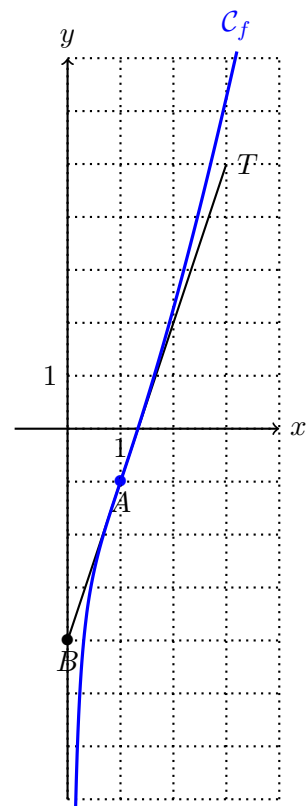
3. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0 .
4. On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - (a) Déterminer $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - (b) Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$,

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}.$$

5. (a) Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - (b) Étudier les variations de la fonction f' , puis le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
6. (a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - (b) Montrer que α vérifie :

$$\alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right).$$



Solutions des exercices

Solution de l'exercice 1. Il suffit de développer dans chaque cas :

$$(a) \quad (x+1)(2x-1) = 2x^2 - x + 2x - 1 = \boxed{2x^2 + x - 1.}$$

$$(b) \quad x(x+1)(x+2) = x(x^2 + 2x + x + 2) = \boxed{x^3 + 3x^2 + 2x.}$$

$$(c) \quad (x^2 + x + 1)(x-1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = \boxed{x^3 - 1.}$$

Solution de l'exercice 2. Dans chaque cas, on met au même dénominateur avant d'additionner ou soustraire :

$$(a) \quad \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1 \times (x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{1 \times (x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1 - (x-1)}{(x-1)(x+1)} = \boxed{\frac{2}{x^2 - 1}.}$$

$$(b) \quad \frac{x}{x+1} - 1 = \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} = \frac{x - (x+1)}{x+1} = \frac{-1}{x+1} = \boxed{-\frac{1}{x+1}.}$$

$$(c) \quad \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2(x-1)}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2x-2-1}{x^2-1} = \boxed{\frac{2x-3}{x^2-1}.}$$

Solution de l'exercice 3.

$$(a) \quad A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{5} = \left(\frac{8}{12} - \frac{9}{12}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{-1}{12} \times \frac{3}{5} = -\frac{3}{60} = -\frac{3}{3 \times 20} = \boxed{-\frac{1}{20}.}$$

$$(b) \quad B = \frac{\frac{6}{35}}{\frac{3}{1}} = \frac{6}{35} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{35 \times 3} = \boxed{\frac{2}{35}.}$$

$$(c) \quad C = \frac{6}{\frac{35}{3}} = 6 \times \frac{3}{35} = \frac{6 \times 3}{35} = \boxed{\frac{18}{35}.}$$

$$(d) \quad D = \frac{\frac{-3}{7}}{\frac{-10}{7}} = \frac{-3}{7} \times \frac{7}{-10} = \frac{(-3) \times (-10)}{7 \times 7} = \boxed{\frac{30}{49}.}$$

$$(e) \quad E = 0.42 = \frac{42}{100} = \frac{4 \times 12}{4 \times 25} = \boxed{\frac{12}{25}.}$$

$$(f) \quad F = \frac{4 - \frac{1}{3}}{\frac{5}{2} - 1} = F = \frac{\frac{12}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{5}{2} - \frac{2}{2}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{11}{3} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{22}{9}.}$$

$$(g) \quad G = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(3 - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{8^2}{3^2} = \frac{8^2}{2^2} = \frac{64}{4} = \frac{4 \times 16}{4} = \boxed{16.}$$

Solution de l'exercice 4.

$$(a) A = 3^3 \times 3^{-6} \times 3^2 = 3^{3-6+2} = 3^{-1} = \boxed{\frac{1}{3}}.$$

$$(b) B = \frac{2^3}{2^{-3}} = 2^{3-(-3)} = 2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \boxed{64}.$$

$$(c) C = \frac{(5^1)^{-5} \times 5^{12}}{5^3} = 5^{-5} \times 5^{12} \times 5^{-3} = 5^{12-5-3} = 5^4 = 5 \times 5^3 = 5 \times 125 = \boxed{625}.$$

$$(d) D = 7^{-6} \times (11^2)^3 \times 7^2 \times 11^{-8} \\ = 7^{-6} \times 7^2 \times (11^2)^3 \times 11^{-8} = 7^{-6+2} \times 11^{2 \times 3} \times 11^{-8} = 7^{-4} \times 11^{-2} = \boxed{\frac{1}{7^4 \times 11^2}}.$$

$$(e) E = (-2)^3 = ((-1) \times 2)^3 = (-1)^3 \times 2^3 = 1 \times 8 = \boxed{8}.$$

$$(f) F = -2^3 = \boxed{-8}.$$

$$(g) G = 6^4 \times (3^{-3})^3 \times 2^{-8} \\ = (2 \times 3)^4 \times 3^{-3 \times 3} \times 2^{-8} = 2^4 \times 3^4 \times 3^{-9} \times 2^{-8} = 2^{4-8} \times 3^{4-9} = 2^{-4} \times 3^{-5} = \boxed{\frac{1}{2^4 \times 3^5}}.$$

$$(h) H = \left(\frac{2^{-2} \times 2^{-4}}{2^{-3}} \right)^{-4} = \left(2^{-2-4-(-3)} \right)^{-4} = (2^{-3})^{-4} = 2^{(-3) \times (-4)} = \boxed{2^{12}}.$$

$$(i) I = \frac{9 \times 3^4}{3^2 \times 27} = \frac{3^2 \times 3^4}{3^2 \times 3^3} = \frac{3^6}{3^5} = \boxed{3}.$$

$$(j) J = 9 \times (12 - 9)^5 = 9 \times (3)^5 = 3^2 \times 3^5 = \boxed{3^7}.$$

$$(k) K = 16 \times \frac{1}{4^3} \times (-4)^4 \times 4 = 4^2 \times 4^{-3} \times (-1)^4 \times 4^4 \times 4 = 4^4 = \boxed{256}.$$

Solution de l'exercice 5.

$$(a) A = \sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} \times \sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3 \times (\sqrt{2})^2 = 3 \times 2 = \boxed{6}.$$

$$(b) B = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{\frac{3 \times 25}{3}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = \boxed{5}.$$

$$(c) C = \frac{(\sqrt{7})^3}{\sqrt{7}} = (\sqrt{7})^{3-1} = (\sqrt{7})^2 = \boxed{7}.$$

$$(d) D = \sqrt{2^4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 4} = 4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{4} = 4 \times 2 \times 2 = \boxed{16}.$$

$$(e) E = (-\sqrt{3})^2 = (-1)^2 \times (\sqrt{3})^2 = 1 \times 3 = \boxed{3}.$$

$$(f) F = -\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = \boxed{-16}.$$

$$(g) G = \sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = \boxed{7}.$$

$$(h) H = \left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{\sqrt{4}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{2} \times \sqrt{8})^2}{\sqrt{4}^2} = \frac{\sqrt{2}^2 \times \sqrt{8}^2}{\sqrt{4}^2} = \frac{2 \times 8}{4} = \boxed{4}.$$

$$(i) I = \frac{\sqrt{81} \times \sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3^4} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3^3}} = \sqrt{\frac{3^4 \times 3}{3^3}} = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} = \boxed{3}.$$

$$(j) J = \sqrt{5 \times 20} = \sqrt{5 \times 4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5^2} = 2 \times 5 = \boxed{10}.$$

$$(k) K = \sqrt{2^6} \times (\sqrt{2})^{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{2}^6 \times (\sqrt{2})^{-3} \times (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^{6-3+2} = (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}.$$

Solution de l'exercice 6.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad A &= (3^2 \times 16^3)^3 = (3^2)^3 \times (16^3)^3 = 3^6 \times 16^9 = 3^6 \times (2^4)^9 = 3^6 \times 2^{4 \times 9} = \boxed{3^6 \times 2^{36}}. \\
 (b) \quad B &= (\sqrt{3} \times \sqrt{2})^4 = \sqrt{3}^4 \times \sqrt{2}^4 = (\sqrt{3}^2)^2 \times (\sqrt{2}^2)^2 = \boxed{3^2 \times 2^2}. \\
 (c) \quad C &= \sqrt{3^6 \times 2^4} = \sqrt{(3^2)^3 \times (2^2)^2} = (\sqrt{3^2})^3 \times (\sqrt{2^2})^2 = \boxed{3^3 \times 2^2}. \\
 (d) \quad D &= \frac{9}{8} = \frac{3^2}{2^3} = \boxed{3^3 \times 2^{-3}}. \\
 (e) \quad E &= 0,25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = \boxed{3^0 \times 2^{-2}}. \\
 (f) \quad F &= \frac{3^{-2} \times 2^7}{(3^2)^3 \times 3^{-1}} = \frac{3^{-2} \times 2^7}{3^6 \times 3^{-1}} = 3^{-2-6-(-1)} \times 2^7 = \boxed{3^{-7} \times 2^7}.
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 7. A l'aide des identités remarquables :

$$\begin{aligned}
 (a) \quad A &= (\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} + 1 = \boxed{3 - 2\sqrt{2}}. \\
 (b) \quad B &= (2\sqrt{3} - 5)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (2\sqrt{3}) \times 5 + 5^2 = 4 \times 3 - 20\sqrt{3} + 25 = \boxed{37 - 20\sqrt{3}}. \\
 (c) \quad C &= (3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6}) = 3^2 - (\sqrt{6})^2 = 9 - 6 = \boxed{3}.
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 8.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad A &= e^3 \times e^{-5} \times e^2 = e^{3-5+2} = e^0 = \boxed{1}. \\
 (b) \quad B &= \frac{e^7}{e^{-2}} = e^{7-(-2)} = \boxed{e^9}. \\
 (c) \quad C &= (e^2)^4 = e^{2 \times 4} = \boxed{e^8}. \\
 (d) \quad D &= e^{-3} \times e^6 \times e^{-2} = e^{-3+6-2} = e^1 = \boxed{e}. \\
 (e) \quad E &= \ln(e^5) = 5 \ln(e) = 5 \times 1 = \boxed{1}. \\
 (f) \quad F &= e^{\ln(7)} = \boxed{7}. \\
 (g) \quad G &= \ln(1) = \boxed{0}. \\
 (h) \quad H &= \ln(e^{-4}) = -4 \ln(e) = -4 \times 1 = \boxed{-4}. \\
 (i) \quad I &= \ln(8 \times 2) = \ln(2^4) = \boxed{4 \ln(2)}. \\
 (j) \quad J &= \ln\left(\frac{e^6}{e^2}\right) = \ln(e^{6-2}) = \ln(e^4) = 4 \ln(e) = 4 \times 1 = \boxed{4}. \\
 (k) \quad K &= \ln((e^3)^2) = \ln(e^{2 \times 3}) = \ln(e^6) = 6 \ln(e) = \boxed{6}. \\
 (l) \quad L &= \frac{e^4 \times e^{-1}}{e^2} = e^{4-1-2} = e^1 = \boxed{e}.
 \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 9.

(a) On regroupe les inconnues dans le membre de gauche et les termes constants dans le membre de droite :

$$\begin{aligned}
 2x + 1 &= x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - x = -1 - 1 \\
 &\Leftrightarrow \quad x = -2.
 \end{aligned}$$

L'équation admet $x = -2$ pour unique solution.

(b) Il s'agit d'une équation produit nul :

$$\begin{aligned}
 (x + 1)(x - 2) &= 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 1 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \quad x = -1 \text{ ou } x = 2.
 \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions : -1 et 2 .

(c) On suppose $x \neq 1$ et on multiplie chaque membre par $x - 1$:

$$\begin{aligned}\frac{2x+1}{x-1} = 1 &\Leftrightarrow 2x+1 = x-1 \\ &\Leftrightarrow 2x-x = -1-1 \\ &\Leftrightarrow x = -2\end{aligned}$$

L'équation admet -2 pour unique solution.

Solution de l'exercice 10.

(a) Cette équation du second degré a pour discriminant $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 > 0$, ainsi elle admet deux solutions réelles : $x_1 = \frac{1-\sqrt{9}}{4} = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{9}}{4} = 1$.

(b) Cette équation du second degré a pour discriminant $\Delta = -3 < 0$, par conséquent elle n'admet pas de solution réelle.

(c) On suppose $x \neq 1$ et $x \neq -2$. En multipliant les deux membres par $(x-1)(x+2)$ il vient :

$$\begin{aligned}\frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x+2} &\Leftrightarrow x+2 = (x+1)(x-1) \\ &\Leftrightarrow x+2 = x^2-1 \\ &\Leftrightarrow 0 = x^2-x-3.\end{aligned}$$

Cette équation du second degré a pour discriminant $\Delta = 13 > 0$, elle admet donc deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}.$$

Solution de l'exercice 11.

(a) Pour tout réel x ,

$$\begin{aligned}2x-1 \geq 0 &\Leftrightarrow 2x \geq 1 \\ &\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[\frac{1}{2}; +\infty[$.

(b) On regroupe les inconnues dans le membre de droite et les termes constants dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned}x+1 \geq 2x-2 &\Leftrightarrow 1+2 \geq 2x-x \\ &\Leftrightarrow 3 \geq x\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty ; 3]$.

(c) On regroupe tous les termes dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned}2x^2+x < 2x+1 &\Leftrightarrow 2x^2+x-2x-1 < 0 \\ &\Leftrightarrow 2x^2-x-1 < 0.\end{aligned}$$

Étudions le signe du polynôme du second degré $2x^2-x-1$. Son discriminant vaut $\Delta = 9 > 0$, il admet deux racines réelles : $-\frac{1}{2}$ et 1 . On en déduit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$2x^2-x-1$	+	0	-	0	+

On conclut que l'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\frac{1}{2} ; 1[$.

(d) On étudie le signe de $\frac{x-2}{x+1}$ en supposant $x \neq -1$. Le signe du numérateur et du dénominateur sont donnés par :

- $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$
- $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

On dresse alors le tableau de signe de $\frac{x-2}{x+1}$:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x - 2$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{x-2}{x+1}$	$+$	$-$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$ est $] -\infty ; -1[\cup [2 ; +\infty[$.

Solution de l'exercice 12 (Centres étrangers 2019).

1. On trouve : $f(0) = 2$ et $f(2) = 0$.
2. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 est horizontale, de ce fait son coefficient directeur est nul : $f'(1) = 0$.
3. Une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $A(0,2)$ est donnée par :

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

soit $y = f'(0)x + 2$.

Or, on sait que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $A(0,2)$ est la droite (AC) , dont le coefficient directeur est égal à :

$$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{0 - 2}{-2 - 0} = 1.$$

On en déduit que $f'(0) = 1$, et que la tangente (AC) a pour équation $y = x + 2$.

4. L'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions x_1 et x_2 dans $[-10 ; 2]$, on trouve $x_1 \approx -1,1$ et $x_2 \approx 1,8$.
5. Voici le tableau de variation de f :

x	-10	1	2
$f(x)$	0	$f(1)$	0

6. La tangente (AC) traverse la courbe $\mathcal{C}_f$ en son point de tangence A , par conséquent A est un point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$, et f change de convexité en $x = 0$. Comme $\mathcal{C}_f$ se situe au-dessus de ses tangentes sur $[-10 ; 0]$, il vient que la fonction f est convexe sur $[-10 ; 0]$. Comme $\mathcal{C}_f$ se situe en-dessous de ses tangentes sur $[0 ; 2]$, il vient que la fonction f est concave sur $[0 ; 2]$.
7. (a) On trouve : $f(0) = 2e^0 = 2$ et $f(2) = (2-2)e^2 = 0$.
 (b) f est bien dérivable sur $[-10, 2]$ comme quotient de fonctions dérivables. Pour tout $x \in [-10 ; 2]$, $f'(x) = (-1)e^x + (2-x)e^x = (1-x)e^x$.
 (c) On trouve : $f'(1) = 0$.
8. Une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 est $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$, soit $y = x + 2$.

9. (a) Étudions le signe de $f'(x)$: pour tout $x \in [-10 ; 2]$,

$$\begin{aligned} f'(x) > 0 &\Leftrightarrow (1-x)e^x > 0 \\ &\Leftrightarrow 1-x > 0 \quad (\text{car } e^x > 0) \\ &\Leftrightarrow 1 > x. \end{aligned}$$

On en déduit le tableau de variation :

x	-10	1	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$12e^{-10}$	e	0

(b) La fonction f est continue et strictement croissante sur $[-10, 1]$, de plus $f(-10) < 1 < f(1)$; selon le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution x_1 dans $[-10 ; 1]$.

La fonction f est continue et strictement décroissante sur $[1, 2]$, de plus $f(1) > 1 > f(2)$; selon le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution x_2 dans $[1 ; 2]$.

Conclusion : l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions dans $[-10 ; 2]$.

(c) Pour tout $x \in [-10 ; 2]$,

$$f''(x) = (-1)e^x + (1-x)e^x = -xe^x.$$

On en déduit que $f''(x)$ est du signe de $-x$, d'où

x	-10	0	2
$f''(x)$	+	0	-
f	convexe		concave

Le fonction f est convexe sur $[-10 ; 0]$ et concave sur $[0 ; 2]$, le point d'abscisse 0 (c'est-à-dire A) est un point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$.

Solution de l'exercice 13 (Centres étrangers, juin 2019).

1. (a) Sachant que 20% de 150 est égal à 30, on trouve que le nombre de vélos dans le stock au 1^{er} juillet 2019 est :

$$u_1 = 150 - 30 + 35 = 155.$$

(b) Selon l'énoncé, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = u_n - \frac{20}{100}u_n + 35 = \left(1 - \frac{2}{10}\right)u_n + 35 = 0,8u_n + 35.$$

2. (a)	rang n	terme u_n
	0	150
	1	155
	2	159
	3	162,2

(b) On conjecture que la suite (u_n) converge vers 175.

3. (a) Montrons que la suite (v_n) satisfait une récurrence géométrique : pour tout entier naturel n ,

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 175 \\ &= 0,8u_n + 35 - 175 \\ &= 0,8u_n - 140 \\ &= 0,8(u_n - 175) \\ &= 0,8v_n. \end{aligned}$$

La suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $v_0 = u_0 - 175 = -25$.

(b) La suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 d'où

$$\begin{aligned} v_n &= v_0 \times 0,8^n \\ \text{ainsi } u_n - 175 &= -25 \times 0,8^n \\ \text{d'où } u_n &= \boxed{-25 \times 0,8^n + 175}. \end{aligned}$$

(c) Comme $0,8 \in [0 ; 1[$ on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$, par produit et somme de limites :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 175.$$

La suite (u_n) converge vers 175.

Solution de l'exercice 14 (BAC S, Amérique du Nord, juin 2013).

1. (a) La fonction f est bien dérivable comme quotient de fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$ avec un dénominateur qui ne s'annule pas sur $]0, +\infty[$. Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x^2 - (1 + \ln(x)) \times 2x}{(x^2)^2} = \frac{x - 2x - 2x \ln(x)}{x^4} = \frac{-x - 2x \ln(x)}{x^4} = \frac{-1 - 2 \ln(x)}{x^3}.$$

(b) Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$,

$$\begin{aligned} -1 - 2 \ln(x) > 0 &\Leftrightarrow -2 \ln(x) > 1 \\ &\Leftrightarrow \ln(x) < -\frac{1}{2} \quad (\text{on divise par } -2) \\ &\Leftrightarrow x < e^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{car exp est strictement croissante}). \end{aligned}$$

Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$ on a $x^3 > 0$, par conséquent $f'(x)$ est du signe de $-1 - 2 \ln(x)$, on en déduit :

x	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-

(c) Connaissant le signe de la dérivée, on peut dresser le tableau de variation :

x	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{e}{2}$	0

$$\text{On a } f(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{1 + \ln(e^{-\frac{1}{2}})}{(e^{-\frac{1}{2}})^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{e^{-1}} = \frac{e}{2}.$$

2. Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$,

$$\begin{aligned} f(x) > 0 &\Leftrightarrow \frac{1 + \ln(x)}{x^2} > 0 \\ &\Leftrightarrow 1 + \ln(x) > 0 \quad (\text{car } x^2 > 0) \\ &\Leftrightarrow \ln(x) > -1 \\ &\Leftrightarrow x > e^{-1} \quad (\text{car la fonction exp est strictement croissante sur } \mathbb{R}). \end{aligned}$$

On en déduit le tableau de signe suivant :

x	0	e^{-1}	$+\infty$
$f(x)$		- 0 +	

Solution de l'exercice 15 (BAC spécialité, Amérique du Nord, mai 2024).

1. Le nombre dérivé $f'(1)$ est égal à la pente de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est-à-dire à la pente de T . Sachant que les points A et B appartiennent à T , on trouve :

$$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - (-1)}{0 - 1} = 3.$$

Une équation de la tangente T est $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$, soit $y = 3(x - 1) - 1$, ou encore $y = 3x - 4$.

2. En regardant la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à ses tangentes, il semble que f soit concave sur $]0 ; 1[$ et convexe sur $]1 ; +\infty[$. La tangente T semble traverser la courbe $\mathcal{C}_f$ en son point de tangence A , ceci nous conduit à penser que A est un point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

3. On remarque d'abord que $f(x) = 2x \ln(x) - \frac{1}{x}$ pour tout $x > 0$.

Limite en $+\infty$: on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \ln(x) = +\infty$ par produit de limites, et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Limite en 0 : on a $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x \ln(x) = 0$ par croissance comparée, et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$, donc $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

4. (a) Pour tout $x > 0$, on a $f(x) = 2x \ln(x) - \frac{1}{x}$, d'où

$$f'(x) = 2 \ln(x) + 2x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 2 \ln(x) + 2 + \frac{1}{x^2}.$$

(b) Pour tout $x > 0$,

$$f''(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x^3} = \frac{2x^2 - 2}{x^3} = \frac{2(x-1)(x+1)}{x^3},$$

en utilisant l'identité $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$.

5. (a) On étudie le signe de $f''(x)$: pour tout $x > 0$,

$$\begin{aligned} f''(x) > 0 &\Leftrightarrow \frac{2(x-1)(x+1)}{x^3} > 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x+1) > 0 \quad (\text{car } 2 > 0 \text{ et } x^3 > 0) \\ &\Leftrightarrow x - 1 > 0 \quad (\text{car } x + 1 > 0) \\ &\Leftrightarrow x > 1. \end{aligned}$$

On en déduit que f est convexe sur $[1 ; +\infty[$, concave sur $]0 ; 1]$, et que A est un point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

(b) De la question précédente on déduit le tableau suivant :

x	0	1	$+\infty$
$f''(x)$		- 0 +	
$f'(x)$		$\searrow$ 3 $\nearrow$	

On y observe que la fonction f' admet un minimum sur $]0 ; +\infty[$ égal à 3, en particulier $f'(x) > 0$ pour tout $x > 0$. Il s'ensuit que la fonction f est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.

6. (a) La fonction f est continue (car dérivable) et strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$, de plus elle vérifie

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ;$$

selon le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0 ; +\infty[$.

(b) Par définition $f(\alpha) = 0$, or

$$\begin{aligned} f(\alpha) = 0 &\Leftrightarrow \alpha \ln(\alpha^2) - \frac{1}{\alpha} = 0 \\ &\Leftrightarrow \alpha \ln(\alpha^2) = \frac{1}{\alpha} \\ &\Leftrightarrow \ln(\alpha^2) = \frac{1}{\alpha^2} \\ &\Leftrightarrow \alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right). \end{aligned}$$

On en conclut que $\alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right)$.