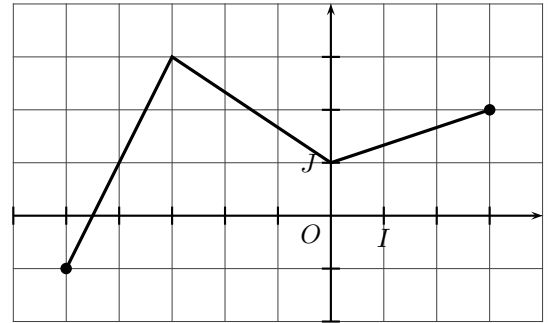


Ch. 5 — Variations de fonctions

Exercice 1

La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur l'intervalle $I = [-5; 3]$.

1. (a) Décrire par une phrase les variations de la fonction f sur l'intervalle I .
- (b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
2. (a) Quel est le maximum de $f(x)$ sur l'intervalle I , et en quelle valeur est-il atteint ?
- (b) Quel est le minimum de $f(x)$ sur l'intervalle I , et en quelle valeur est-il atteint ?



Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $[-3; 3]$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant et placer les points correspondants dans un repère.

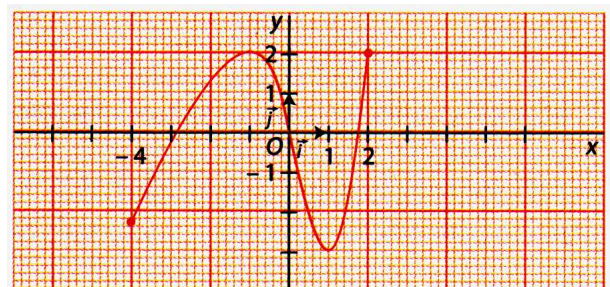
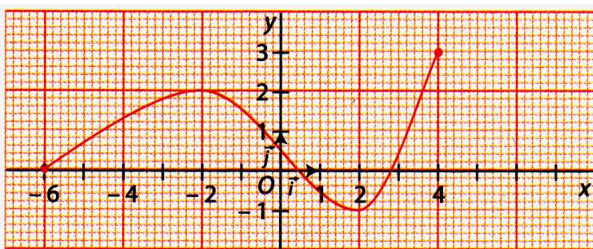
| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | | | | | | | |

2. Voici ci-contre le tableau de variations de f .
Tracer une courbe susceptible de représenter f sur l'intervalle $[-3; 3]$.

| | | | |
|--------|----|-------|---|
| x | -3 | 1.5 | 3 |
| $f(x)$ | | -1.25 | |

Exercice 3

Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, déterminer l'ensemble de définition et dresser le tableau de variations.



Exercice 4

Soit f une fonction donnée par son tableau de variations :

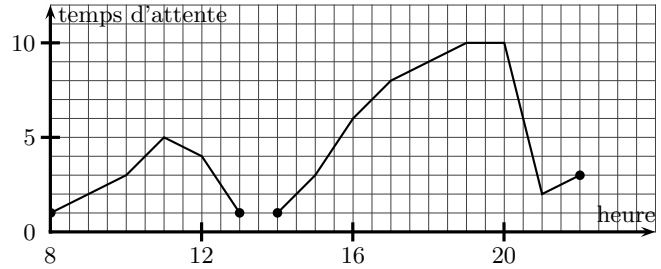
| | | | | |
|--------|----|----|---|----|
| x | -6 | -2 | 4 | 6 |
| $f(x)$ | 10 | -1 | 0 | -4 |

1. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D}_f ?
2. Quelles sont les images de -2, de 4 et de 6 ?
3. Comparer $f(-5)$ et $f(-3)$.
4. Déterminer les extremums de f sur \mathcal{D}_f .
5. Donner l'encadrement de l'image de 0 par deux entiers consécutifs.

Exercice 5

Voici ci-dessous la courbe représentative de la fonction f qui donne le temps d'attente (en minutes) au standard téléphonique d'une entreprise en fonction de l'heure.

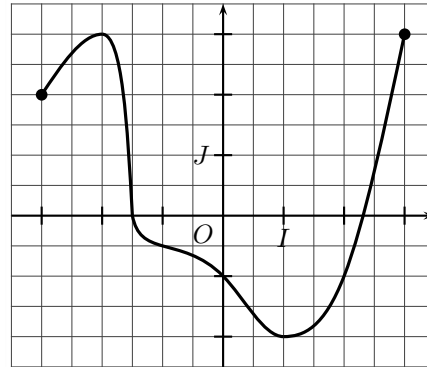
1. Déterminer \mathcal{D}_f .
2. Dresser le tableau des variations.
3. Déterminer les extremums de f sur \mathcal{D}_f .
Interpréter ces deux résultats concrètement.



Exercice 6

Soit f la fonction définie par le graphique ci-contre.

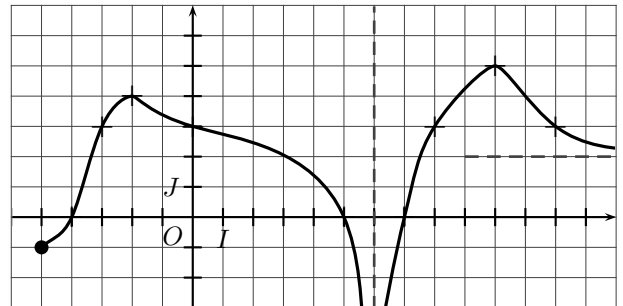
1. Déterminer \mathcal{D}_f .
2. Déterminer les images de 0, de 1, de -1 et de 3.
3. Déterminer les antécédents éventuels de -2 , de -1 , de 0 et de 3.
4. Dresser le tableau de variations de f .
5. Donner les extremums de f .



Exercice 7

On considère la fonction f représentée par la courbe \mathcal{C}_f ci-contre. La courbe est en deux parties.

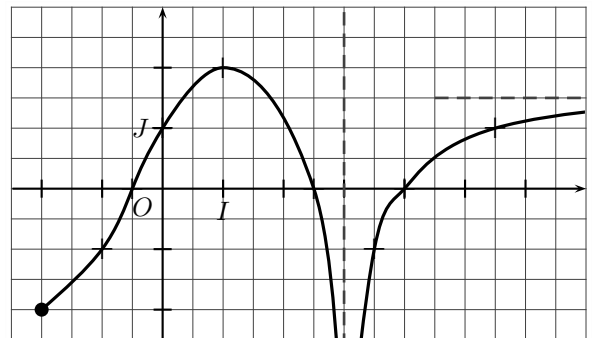
1. Indiquer l'ensemble de définition.
2. Dresser le tableau de variations.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 3$.
4. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 3$.



Exercice 8

La fonction f est donnée par sa courbe représentative ci-contre.

1. Donner l'ensemble de définition \mathcal{D}_f .
2. Dresser le tableau de variations de f .
3. Préciser le maximum de f sur \mathcal{D}_f , et en quelle valeur il est atteint.



Exercice 9

Soit f une fonction donnée par son tableau de variations :

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| x | -4 | -1 | 2 | 7 |
| $f(x)$ | 3 | 5 | -4 | -2 |

1. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D}_f ?
2. Comparer $f(-4)$ et $f(-1)$.
Comparer $f(0)$ et $f(1)$.
3. Déterminer les extremums de f sur \mathcal{D}_f .
4. Tracer deux courbes (sans lignes brisées) pouvant correspondre à ce tableau.

Sens de variation

Exercice 10

Soit f la fonction définie par le tableau de variations ci-dessous :

| | | | | |
|-----|----|----|-----|----|
| x | -5 | -2 | 0.5 | 3 |
| f | 3 | | 3 | -1 |

\swarrow \searrow \swarrow

0

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Préciser les variations de f à l'aide d'une phrase.
3. Indiquer les extremums de f .
4. Recopier et compléter les écritures ci-dessous en utilisant les symboles $<$ ou $>$, et en justifiant rapidement :

$$f(-4) \dots f(-3) \qquad f(-2) \dots f(-1,9) \qquad f(1) \dots f(2) \dots f(3)$$

Exercice 11

Soit f une fonction définie sur $\mathcal{D}_f = [-5; 4]$.

On sait également que f est croissante sur les intervalles $[-3; -1]$ et $[3; 4]$, qu'elle est décroissante sur $[-5; -3]$ et constante sur $[-1; 3]$.

Enfin, on sait que :

$$f(-5) = 4 \qquad f(-3) = -1 \qquad f(-1) = 1 \qquad f(4) = 3.$$

1. Dresser le tableau de variations de f .
2. Comparer $f(0)$ et $f(2)$, en justifiant.
3. Comparer les images par f de -2 et $-1,5$, en justifiant.
4. Tracer une courbe possible pour la fonction f .

Exercice 12

Soit f la fonction définie par le tableau de variations ci-dessous :

| | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|
| x | -8 | -5 | -3 | -1 | 2 |
| f | | 4 | 4 | -3 | -1 |

\swarrow \longrightarrow \searrow \swarrow

-1

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Proposer deux nombres strictement positifs qui soient rangés dans le même ordre que leurs images par f .
3. Proposer deux nombres réels qui soient rangés en ordre inverse de leurs images par f .
4. Proposer deux nombres réels dont les images par f soient égales.

Exercice 13

Dresser le tableau de variations de la fonction carré ($x \mapsto x^2$) à l'aide d'une calculatrice graphique.

Exercice 14

Soit $f : x \mapsto x^2$ la fonction carré (définie sur \mathbb{R}).

1. Montrer que la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$.
2. Montrer que la fonction f est décroissante sur $] -\infty ; 0]$.
3. Résumer les résultats précédents dans un tableau de variation.

Exercice 15

Montrer que la fonction affine $g : x \mapsto 2,3x - 0,7$ est croissante sur \mathbb{R} .

Maximum, minimum, extremums

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 2)^2 + 5$.

1. Calculer $f(2)$.
2. Que vaut $f(x) - f(2)$?
Quelle remarque peut-on faire sur cette expression ?
3. En déduire le minimum de $f(x)$ sur \mathbb{R} .
4. Vérifier graphiquement à l'aide d'une calculatrice graphique.

Exercice 17

Soit k la fonction définie sur \mathbb{R} par : $k(x) = -(x + 1)^2 + 3$.

1. Calculer $k(-1)$.
2. Que vaut $k(x) - k(-1)$?
3. En déduire le maximum de $k(x)$ sur \mathbb{R} .

Exercice 18

Soit p la fonction définie sur \mathbb{R} par : $p(x) = x^2 - 6x + 7$.

1. Vérifier que p peut aussi s'écrire sous la forme : $p(x) = (x - 3)^2 - 2$.
2. Calculer $p(3)$.
3. Déterminer l'extremum de $p(x)$ sur \mathbb{R} . (Maximum ou minimum ? À vous de réfléchir.)

Exercice 19

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -0,5x^2 + 2,5x - 1$.

1. Vérifier que g peut aussi s'écrire sous la forme : $g(x) = -0,5(x - 2,5)^2 + 2,125$.
2. Déterminer l'extremum de $p(x)$ sur \mathbb{R} . (Maximum ou minimum ? À vous de réfléchir.)

Divers

Exercice 20

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur $[0; 5]$;
- f est croissante et négative sur cet intervalle.

Exercice 21

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur $[-5; 4]$;
- f est croissante sur $[-5; 1]$ et décroissante sur $[1; 4]$;
- les images de -5 et 4 sont respectivement -2 et -1 ;
- $f(-3) = 0$.