

**Leçon de Physique n°20**  
**Diffraction par des structures périodiques**

Niveau : Licence

Programme :

Notions et contenus

Capacités exigibles

Livres : Perez Optique, Tout-en-un PC DUNOD, Tec&Doc Gié MP, Sextant Optique, Faroux Renault Optique géométrique, Mauras Optique physique, Ashcroft Physique des solides, Garing Ondes électromagnétiques

Pré-requis : optique géométrique, Fraunhofer, Principe d'Huygens-Fresnel, cristallographie

Introduction :  
faire une expérience introductive avec laser ?

2 manip Manip Sextant p. 118

1 – Diffraction par un réseau plan en optique

a – Théorie élémentaire du réseau

Manip Sextant p. 118 : diffraction laser

- définition : un réseau est constitué par une structure périodique qui diffracte une onde incidente, chaque fente du réseau est considérée comme une source secondaire si le réseau est éclairé de façon cohérente : on a un phénomène d'interférences à ondes multiples
- caractéristiques : période  $a$  (en traits/mm), largeur  $\varepsilon$  de son motif élémentaire, largeur  $L$  de la portion éclairée par le faisceau incident
- réalisation
- relation fondamentale :  $a(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) = m\lambda$  en transmission (en réflexion  $a(\sin(\theta) + \sin(\theta_0)) = m\lambda$ ), *Faroux Renault, Perez, PUF Mauras*

b – Calcul de l'éclairement

On est dans les conditions de Fraunhofer, on rappelle l'amplitude de l'onde diffractée par une fente, on calcule l'amplitude résultant de la contribution de toutes les fentes puis on passe à l'éclairement :

$$E = N^2 \varepsilon^2 \left[ \frac{\sin(\pi u \varepsilon)}{\pi u \varepsilon} \right]^2 \left[ \frac{\sin(N \pi u a)}{N \sin(\pi u a)} \right]^2 \text{ où } u = (\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) / \lambda$$

Hauteur et largeur des pics, *Perez*

### c – Formation de spectres

- réseau éclairé en lumière blanche :  $\sin(\theta) = \sin(\theta_0) + m\lambda/a \Rightarrow$  on obtient des spectres pour  $m$  différent de 0 car  $\theta$  varie avec  $\lambda$
- on définit la dispersion angulaire :  $Da = d\theta/d\lambda = m/(\lambda \cos(\theta))$
- montrer que les spectres se superposent à partir de certains ordres
- déviation : la déviation vaut  $D = \theta - \theta_0$ , en calculant  $dD/d\theta_0$  on montre qu'on a deux déviations extrémales, une pour  $\theta = \theta_0$  (rayon direct) et une pour  $\theta = (-\theta_0)$  qui correspond à un minimum de  $D$ , on a  $\sin(D_{\min}) = m\lambda/2a$  qui ne dépend pas de  $\theta_0 \Rightarrow$  méthode expérimentale de détermination de  $\lambda$ , *Faroux Renault*

Spectre lampe à vapeur de Mercure ? *Sextant p.221*

### d – Pouvoir de résolution d'un réseau

On a deux longueurs d'ondes voisines séparées par  $d\lambda$ , on se demande si on peut distinguer dans le spectre d'ordre  $p$  les raies correspondant aux deux longueurs d'onde  $\Rightarrow$  on a besoin du critère de Rayleigh

- on évalue la distance en  $\sin(\theta)$  entre les 2 pics :  $\Delta \sin(\theta) = p \cdot d\lambda/a$
- on évalue la distance en  $\sin(\theta)$  entre un pic principal et le premier minimum nul adjacent : ça correspond (voir formule de l'éclairement du réseau) à  $N\pi \sin(\theta) = \pi$  donc à  $\Delta \sin(\theta) = \lambda/Na$
- il y a séparation si  $p \cdot d\lambda/a > \lambda/Na$  d'où l'écart minimal en longueur d'onde  $d\lambda_{\min} = \lambda/Np$
- on utilise généralement le pouvoir de résolution  $R = \lambda/d\lambda_{\min} = N \cdot p$

*Mauras, Faroux Renault*

## 2 – Diffraction par un réseau tridimensionnel : diffraction des rayons X par les cristaux *Ashcroft + Garing*

rappels :

- réseau de Bravais : ensemble de points  $R = n_1 \cdot a_1 + n_2 \cdot a_2 + n_3 \cdot a_3$  où  $(a_1, a_2, a_3)$  sont les vecteurs primitifs
- on considère un réseau de Bravais et une onde plane  $\exp(ik \cdot r)$
- l'ensemble de tous les vecteurs d'onde donnant une onde plane de périodicité égale à celle du réseau de Bravais est appelé réseau périodique
- plan réticulaire : plan contenant au moins trois points non alignés du réseau de Bravais, une famille de plan réticulaires est une famille de plans réticulaires parallèles et équidistants qui contiennent dans leur ensemble tous les points du réseau de Bravais
- pour toute famille de plan réticulaire séparés de  $d$ , il existe des vecteurs du réseau réciproque perpendiculaires à ces plans dont le plus court est de norme  $2\pi/d$

### a – Formulation de Bragg

On obtient un pic aigu de rayonnement diffracté que si les rayons X sont réfléchis comme dans un miroir et interfèrent de façon constructive :  $2d \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \Leftrightarrow \Delta k \cdot d = 2n\pi$ , les ondes réfléchies par un même plan réticulaire n'interfèrent pas, il faut que les ondes soient réfléchies par 2 plans réticulaires parallèles, *Ashcroft, Perez*

### b – Formulation de Von Laue

Approche différente : on considère le cristal comme composé d'objets microscopiques

identiques placés sur les R d'un réseau de Bravais, chacun pouvant réémettre le rayonnement incident dans toutes les directions

- on considère deux centres de diffusion séparés par un vecteur  $d$ , deux rayons de vecteur  $k$  incidents sur chaque centre et deux rayons diffusés par chaque centre de vecteur  $k'$ , on a des interférences constructives si  $\delta = d \cdot (k' - k) = 2n\pi$ , relation qui doit être valable pour tout vecteur  $d$  :  $R \cdot (k' - k) = 2n\pi$  où  $R$  est vecteur du réseau de Bravais
- une interférence constructive se produit si la variation du vecteur d'onde est un vecteur du réseau réciproque