REGIME SINUSOÏDAL

Partie A : Présentation du régime sinusoïdal

1 Importance du régime sinusoïdal

La plus grande partie de l'énergie est produite sous forme de courant alternatif sinusoïdal.

Les fonctions sinusoïdales sont simples à manipuler mathématiquement et électriquement.

Toute fonction périodique de forme quelconque peut être décomposée en une somme de signaux sinusoïdaux.

2 Définition

Une tension sinusoïdale est une grandeur périodique et alternative pouvant s'écrire sous la forme :

$$\boxed{u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega.t + \theta_u)}$$

t est le temps en secondes (s)

ω est la pulsation en radians par seconde (rad.s^{-1}). $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$

$\omega.t + \varphi_u$ est la phase instantanée en radians (rad).

φ_u est la phase à l'origine en radians (rad).

3 Propriété

3.1 Valeur moyenne

$\boxed{\langle u \rangle \quad 0V}$ car il s'agit d'une fonction alternative

3.2 Valeur efficace

La valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale est :

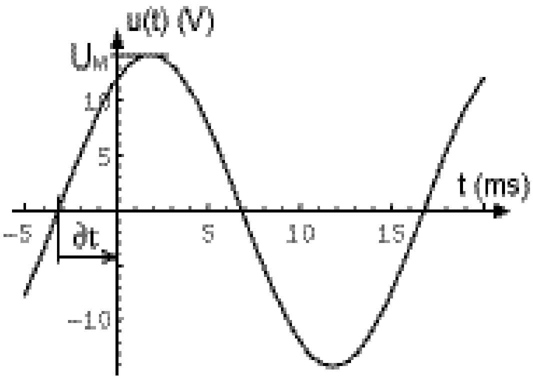
$$\boxed{U=\frac{U_M}{\sqrt{2}}}$$

où U_M est la valeur maximum du signal.

3.3 Phase à l'origine

La phase à l'origine dépend de l'instant initial. Elle correspond à l'angle entre l'instant initial et le « départ de la sinusoïde ». Elle peut être positive ou négative.

Exemple



$$u(t) = 10\sqrt{2}\sin(315.t+1)$$

De cette équation ou de la courbe on peut en déduire :

$$\omega = 315 \ rad.s^{-1}$$

$$\theta_u = 1 \ rad$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{315} = 19{,}95.10^{-3} \approx 20 \ ms$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50 \ Hz$$

$$U_M = 10\sqrt{2} = 14{,}14 \ V$$

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \ V$$

Relevé graphique de φ_u :
Une période correspond à un tours du cercle trigonométrique.

$$T \leftrightarrow 2\pi$$

$$\partial t \leftrightarrow \theta_u$$

$$\theta_u = \frac{2\pi.\partial t}{T} = \frac{2\pi.0{,}0032}{20.10^{-3}} = 1{,}00 \ rad$$

Remarquer le sens de mesure de ∂t.

4 Déphasage

(cf. TP)

Partie B : Représentation de Fresnel

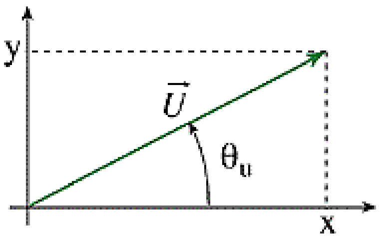
1 Représentation de Fresnel

La représentation de Fresnel est une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales.

1.1 Représentation d'un vecteur

En coordonnées cartésiennes il faut la position (x; y) de son extrémité par rapport à son origine. $\vec{U}\ (x\ ;\ y)$

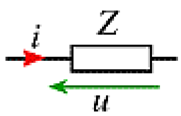
En coordonnées polaires, il faut sa longueur et l'angle qu'il fait avec un axe d'origine. $\vec{U}\ (U\ ;\ \theta_u)$



1.2 Représentation de Fresnel

A la tension sinusoïdale u, on associe le vecteur de Fresnel U dont le module est la valeur efficace U, faisant l'angle θ_u avec l'axe Ox de référence des phases.

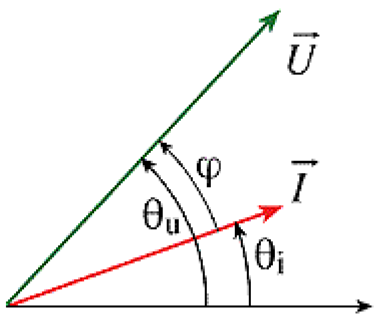
Considérons un dipôle Z traversé par un courant i et ayant entre ses bornes une tension u.



pour la tension : $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega.t + \theta_u) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{U}\ (U\ ;\ \theta_u)$

Pour le courant : $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega.t + \theta_i) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{I}\ (I\ ;\ \theta_i)$

D'où la représentation de Fresnel ou représentation vectorielle

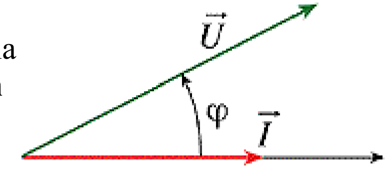


Si on prend le courant I comme origine des phases la représentation se simplifie.

pour la tension : $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega.t + \varphi) \Leftrightarrow \vec{U}\ (U\ ;\ \varphi)$

Pour le courant : $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega.t) \Leftrightarrow \vec{I}\ (I\ ;\ 0)$

D'où la **représentation de Fresnel**



En représentation de Fresnel, φ est l'angle allant de i vers u.

Remarque : il n'est pas nécessaire de représenter la phase instantanée □ωt + φ□ puisque dans un circuit électrique, toutes les grandeurs électriques auront la même pulsation ω. La seule partie qui change pour les différents tensions et courants, ce sont la valeur efficace et la phase à l'origine φ.

2 Lois générales

Les différentes lois vues en régime continu sont également valables en régime sinusoïdal. On pourra donc utiliser la représentation de Fresnel pour résoudre les exercices.

Partie C : Notation complexe

1 Définition

A toute grandeur sinusoïdale (tension ou courant), on peut associer un vecteur de Fresnel et une grandeur complexe.

$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta_u) \leftrightarrow \underline{U} = [U; \theta_u]$$

<u>Exemple :</u>

$$u(t) = 10\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$$

Donner $\underline{U}$ sous la forme module, argument et partie réelle, partie complexe.

$$\boxed{u(t) = \underbrace{10}_{U}\sqrt{2}\sin(100\pi t + \underbrace{\frac{\pi}{6}}_{\varphi_u})}$$

$\underline{U}$ = [10 ; 30°]
$\underline{U}$ = 10cos(30°)+j.10sin(30°)
$\underline{U}$ = 8,66+j.5

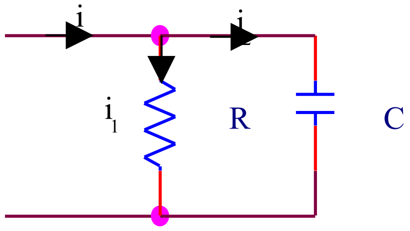
2 Lois générales

La loi des mailles, la loi des nœuds sont applicables aux grandeurs complexes.

2.1 Lois des nœuds

On donne

$\underline{I}_1$ = [0,030 ; 0°]
$\underline{I}_2$ = [0,060 ; 90°]



En utilisant les complexes donner I et θ_i

$i=i_1+i_2$
$\underline{I}=\underline{I}_1+\underline{I}_2$

Pour additionner des complexes il faut passer par la forme partie réelle, partie complexe:

$\underline{I}_1$=0,03cos(0°)+j.0,03sin(0°)=0,03
$\underline{I}_2$=0,06cos(90°)+j.0,06sin(0°)=j.0,06

$\underline{I}$=0,03+j.0,06

$$I=\sqrt{0{,}03^2+0{,}06^2}$$

I=67,1mA

$$\tan(\theta_i)=\frac{0{,}06}{0{,}03}=2$$

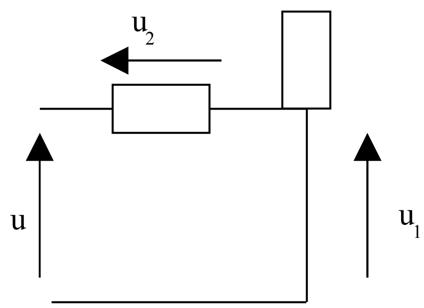
θ_i=63,4°

$\underline{I}$ = [67,1.10^{-3} ; 63,4°]

2.2 Loi des mailles

On donne

$\underline{U}$ = [230 ; 0°]
$\underline{U}_2$ = [110 ; 60°]



En utilisant les complexes donner U_1 et θ_{u1}

$\underline{U}_2+\underline{U}_1-\underline{U}=0$
$\underline{U}_1=\underline{U}-\underline{U}_2$

$\underline{U}$ =[230 ; 0°] = 230
$\underline{U}_2$ = 110cos(60°)+j.110sin(60°)
$\underline{U}_2$ = 55+ j.95,3

$\underline{U}_1$= (230-55)- j.95,3 = 175 – j.95,3

$$U_1=\sqrt{175^2+95{,}3^2}$$

U_1 = 199V

$$\tan(\varphi_{u1}) = \frac{-95{,}3}{175} = -0{,}545$$

$$\boldsymbol{\varphi_{u1} = -28{,}6°}$$

$\underline{U_1}$ = [199 ; -28,6°]