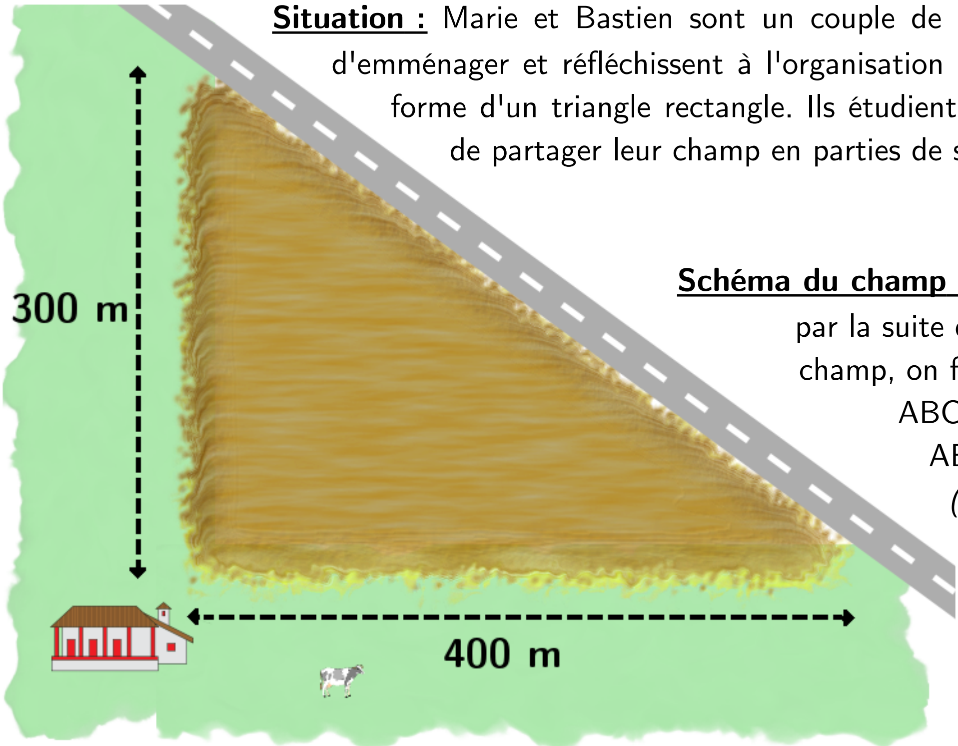
Géométrie et arpentage

Introduction

Les réponses dans cette partie ne doivent pas dépasser 3 lignes par question

1) Chercher l'étymologie du mot « géométrie »
2) Que faisaient les géomètres-arpenteurs dans l'Antiquité ?
3) En quoi consiste le métier de géomètre-expert aujourd'hui ?
4) Qu'est-ce-que et à quoi sert un « théodolite » ?

Partie I : Triangle



Situation : Marie et Bastien sont un couple de maraichers qui viennent d'emménager et réfléchissent à l'organisation de leur champ, ayant la forme d'un triangle rectangle. Ils étudient les différentes manières de partager leur champ en parties de surface égale.

Schéma du champ : Lorsqu'il sera demandé par la suite de réaliser un schéma du champ, on fera un triangle rectangle ABC, rectangle en A, tel que AB = 8 cm et AC = 6 cm *(remarque : il s'agit d'un schéma du champ à l'échelle 1/5000).*

A) Découpage en deux parties égales

Marie et Bastien songent d'abord à réaliser une monoculture céréalière sur la moitié du champ pendant que l'autre moitié serait en jachère, avec des engrais verts.

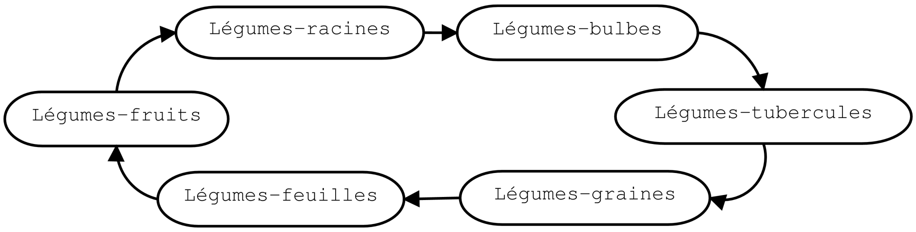
1) a) Donner des exemples de plantes céréalières
b) En consiste une « jachère » ? Donner des exemples de plantes servant d'engrais verts.

2) a) Réaliser un schéma du champ (comme indiqué ci-dessus). Placer K milieu de [AB].
b) Tracer le segment [CK]. Que représente ce segment dans le triangle ABC ?
c) Calculer l'aire de ABC (celle de la figure, et non l'aire du champ)
d) Calculer l'aire de ACK.
e) Calculer l'aire de CKB de deux manières différentes (*indice : une hauteur du triangle CKB est déjà tracée*). Comparer avec l'aire de ACK.

3) a) Calculer l'aire totale du champ en mètres carrés puis convertir en hectares.
b) Avec cette disposition, quelle superficie (en hectares) serait consacrée à la culture céréalière ?

B) Découpage en six parties égales

Marie et Bastien étudient maintenant une autre option : la rotation des cultures. Ils utilisent le schéma ci-contre.



1) a) Qu'est-ce-que la « rotation des cultures » et à quoi sert-elle ? *(4 lignes maximum)*
b) Donner un exemple pour chacune des six catégories de légumes précédentes.

2) a) Faire le schéma du champ.
b) Tracer les trois médianes du triangle ABC. On note I, J et K les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
c) On note G le point d'intersection des médianes. Quel nom particulier porte ce point ? Que représente-il physiquement ?

→ Le tracé des médianes a fait apparaitre six « petits triangles » de même aire (AGK, KGB, etc.). Le démontrer entièrement n'est pas du niveau cinquième. Nous allons le montrer en admettant un résultat : $\mathcal{A}_{ACG} = \frac{2}{3} \times \mathcal{A}_{ACI}$ *($\mathcal{A}_{ACG}$ désigne l'aire du triangle ACG)*

3) a) Recopier et remplacer **sur votre copie** les pointillés par des fractions qui conviennent :

$\mathcal{A}_{ACI} = ... \times \mathcal{A}_{ABC}$ (car [AI] est une médiane)

$\mathcal{A}_{ACG} = \frac{2}{3} \times \mathcal{A}_{ACI} = ... \times .... \times \mathcal{A}_{ABC}$ **donc** $\boldsymbol{\mathcal{A}_{ACG} = ... \times \mathcal{A}_{ABC}}$

$\mathcal{A}_{CGI} = \mathcal{A}_{ACI} - \mathcal{A}_{ACG} = ... \times \mathcal{A}_{ACI} = ... \times .... \times \mathcal{A}_{ABC}$ **donc** $\boldsymbol{\mathcal{A}_{CGI}\ .... \times \mathcal{A}_{ABC}}$

b) Que représente le segment [GJ] dans le triangle AGC ? Quelle fraction d'aire de AGC représente le triangle AGJ ?

c) Compléter alors par les fractions qui conviennent :
$\mathcal{A}_{AGJ} = ... \times \mathcal{A}_{AGC} = ... \times .... \times \mathcal{A}_{ACI} = ... \times \mathcal{A}_{ACI} = ... \times .... \times \mathcal{A}_{ABC} = ... \times \mathcal{A}_{ABC}$
$\mathcal{A}_{CGJ} = ... \times \mathcal{A}_{AGC} = ... \times \mathcal{A}_{ACI} = ... \times \mathcal{A}_{ABC}$

d) Finalement, que peut-on dire des aires $\mathcal{A}_{AGJ}$, $\mathcal{A}_{CGJ}$ et $\mathcal{A}_{CGI}$?

→ Par un procédé similaire, on montrerait que $\mathcal{A}_{AGK} = \mathcal{A}_{GKB} = \mathcal{A}_{GBI} = \frac{1}{6} \times \mathcal{A}_{ABC}$ *donc que l'on a bien partagé le triangle en six parties égales.*

4) Avec cette disposition, quelle serait la surface d'une parcelle cultivée ? (en hectares)

C) Découpage en trois parties égales

Marie et Bastien songent enfin à partager le champ en trois parcelles de même surface pour effectuer la rotation suivante : plantes exigeantes → plantes faiblement exigeantes → jachère ↲

1) Faire un schéma du champ
2) En s'inspirant de la partie précédente, proposer un découpage possible (aucun calcul demandé)
3) Avec cette disposition, quelle serait la surface d'une parcelle cultivée ? (en hectares)

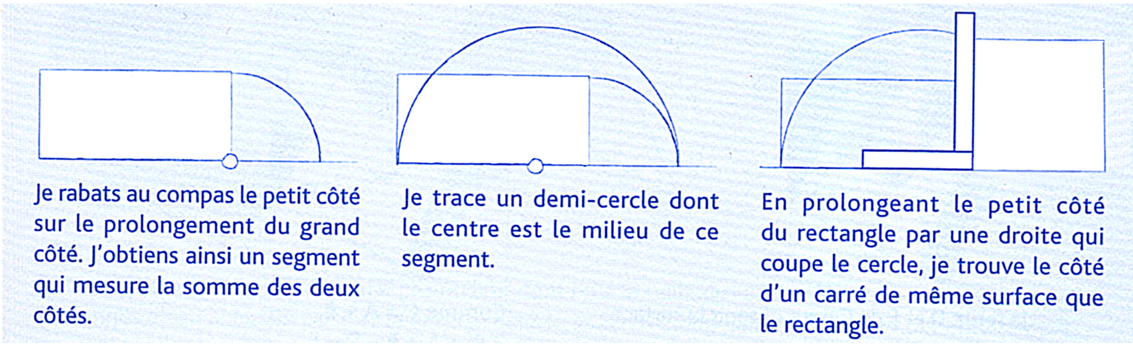
Partie II : Quadratures

La quadrature d'une figure consiste à transformer une figure donnée en un carré par des procédés géométriques. Pour les mathématiciens de l'Antiquité, il s'agissait de techniques très utiles car elles permettent de comparer des aires sans utiliser d'unités de mesure.

A) Quadrature d'un rectangle

1) a) Tracer un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et AD = 2 cm.
b) Quelle longueur doit avoir le côté d'un carré ayant même aire que le rectangle ABCD ?

2) Avec la technique ci-dessous, réaliser la quadrature du rectangle ABCD.



Histoire de géomètres… et de géométrie. J-L. Brahem (p. 33)

B) La quadrature du cercle

1) Peut-on réaliser la « quadrature du cercle » avec seulement une règle et un compas comme outils ? (*chercher « quadrature du cercle » sur Internet*).

2) Dans le roman *le Vagabond des étoiles*, le célèbre écrivain états-unien Jack London décrit la souffrance psychologique d'un prisonnier, enfermé seul dans une cellule de haute-sécurité. Expliquer, en deux à quatre lignes, le dernier paragraphe de cet extrait.

> Je cherchai toutes sortes de stratagèmes qui me permettraient, par un moyen mnémotechnique quelconque, de supporter mes heures de veille. Je m'imaginai d'extraire de tête les racines carrées et les racines cubiques d'une longue série de nombres donnés et, par une concentration tenace de ma volonté, je calculai les termes des progressions géométriques les plus compliquées.
>
> Je m'attaquai même, après tant de choses, à la quadrature du cercle. Je m'attelai à cette tâche jusqu'au moment où je me surpris à penser que je pourrais aboutir ! Je compris qu'en m'obstinant à cette vaine poursuite je trouverais le chemin de la folie.
>
> *Le Vagabond des étoiles*, Jack London (trad. Paul Gruyer, Louis Postif ; p. 65)

Le but de ce devoir-maison est de découvrir un domaine d'application important et très ancien de la géométrie : **l'arpentage**. Des recherches sur Internet ou sur une encyclopédie-papier seront nécessaires pour répondre à certaines questions qui, pour quelques unes d'entre elles, font le lien entre les mathématiques et d'autres disciplines (Histoire, SVT, Français). Pour ces réponses, il n'est pas attendu de simplement recopier des phrases toutes faites trouvées sur Internet (ni celles d'un camarade !), mais bien de rédiger les vôtres.

La notation prendra en compte le soin, la précision des tracés, la justesse et la rigueur mathématiques, la qualité de la rédaction (y compris l'orthographe).

Découpez l'encadré ci-dessous et collez-le en première page de votre devoir-maison :

	Très bien	Bien	Moyen	Insuffisant	Absent
Recherches documentaires					
Soin, précision des tracés					
Rédaction, orthographe					
Compréhension des énoncés					