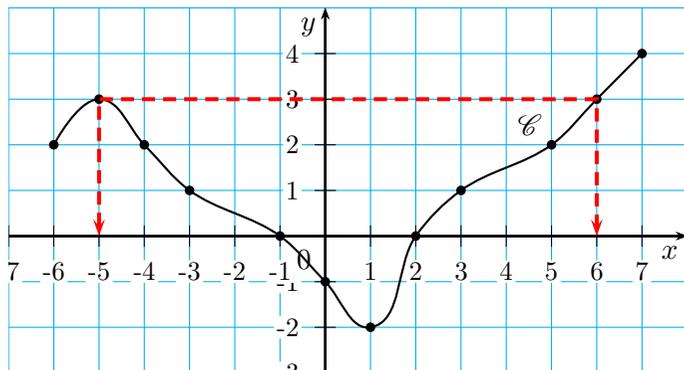


## Correction du devoir commun de seconde

### Exercice 1 (3 points)

On donne ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$ .



1. Donner l'ensemble de définition de  $f$ .

L'ensemble de définition de  $f$  est l'intervalle  $[-6; 7]$ .

2. Lire graphiquement  $f(-3)$  et  $f(2)$ . On ne demande pas de justifier.

$f(-3) = 1$ , et  $f(2) = 0$ .

3. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 3$ . Justifier (compléter avec les traits de construction sur le graphique ou expliquer la méthode).

Les solutions sont les abscisses des points de la courbe ayant pour ordonnée 3.

$S = \{-5; 6\}$ .

4. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq 1$ . On n'attend pas de justification.

L'ensemble solution est  $S = [-3; 3]$ .

### Exercice 2 (4 points)

Les notes des élèves à un contrôle sont regroupées dans le tableau suivant.

Notes $x_i$	4	6	7	8	9	10	12	13	16	18
Effectifs $n_i$	2	4	3	6	5	3	2	1	2	1
Effectifs cumulés croissants	2	6	9	15	20	23	25	26	28	29

1. Compléter les effectifs cumulés croissants dans le tableau.

2. Donner l'effectif total de la classe, sans justifier.

L'effectif total est  $N = 29$  (dernier ECC).

3. Déterminer la médiane de la série (justifier la réponse), et interpréter le résultat par une phrase.

L'effectif total est impair,  $N = 29 = 2 \times 14 + 1$ .

La médiane est la valeur centrale qui est la 15<sup>e</sup> valeur de la série.

$Me = 8$ .

Au moins la moitié des élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 8, et au moins la moitié des élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à 8.

4. Déterminer le premier quartile  $Q_1$  et le troisième quartile  $Q_3$ . Justifier.

Déterminons  $Q_1$ .

$$\frac{N}{4} = \frac{29}{4} = 7,25.$$

Donc  $Q_1$  est la 8<sup>e</sup> valeur de la série,  $Q_1 = 7$ .

Déterminons  $Q_3$ .

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 29}{4} = 21,75.$$

Donc  $Q_3$  est la 22<sup>e</sup> valeur de la série,  $Q_3 = 10$ .

5. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

"Au moins 75% des élèves ont une note inférieure ou égale à 12".

Justifier.

Comme  $Q_3 = 10$ , au moins 75% des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.

A fortiori, on peut affirmer qu'au moins 75 % ont une note inférieure ou égale à 12.

L'affirmation est vraie.

Sinon, d'après les ECC, 25 élèves ont une note inférieure ou égale

à 12, et  $\frac{25}{29} \approx 0,86 > 0,75$ .

### Exercice 3 (4 points)

Une compagnie aérienne a constaté qu'elle vend 30% de ses billets en classe affaire, et le reste en classe économique.

60% des passagers en classe affaire et 20% des passagers en classe économique commandent un repas à bord.

1. Un avion s'apprête à décoller avec 250 passagers à bord.
- (a) Montrer que 45 passagers sont en classe affaire et prennent un repas.  
 $250 \times \frac{30}{100} = 75.$   
 75 passagers sont en classe affaire.  
 $75 \times \frac{60}{100} = 45.$   
 Donc 45 passagers sont en classe affaire et prennent un repas.
- (b) Compléter le tableau suivant des effectifs des passagers. On n'attend pas de justification.

	Commande un repas	Ne commande pas un repas	Total
Classe affaire	45	30	75
Classe économique	35	140	175
Total	75	175	250

2. Une hôtesse interroge un passager à la montée dans l'avion. On note  $A$  l'événement "le passager est en classe affaire", et  $R$  l'événement "le passager commande un repas".
- (a) Calculer  $P(R)$ .  
 Il y a équiprobabilité.  

$$P(R) = \frac{\text{nb cas favorables}}{\text{nb cas total}} = \frac{75}{250} = 0,3.$$
 La probabilité que le passager commande un repas est de 0,3.
- (b) Traduire l'événement  $A \cap R$  par une phrase, puis calculer sa probabilité.  
 $A \cap R$  : Le passager est en classe affaire et commande un repas.  

$$P(A \cap R) = \frac{45}{250} = 0,18.$$
- (c) Traduire l'événement  $A \cup R$  par une phrase, puis calculer sa probabilité.  
 $A \cup R$  : Le passager est en classe affaire ou commande un

repas.

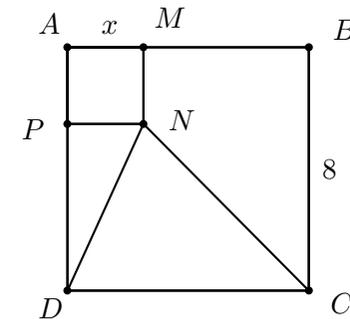
$$P(A \cup R) = P(A) + P(R) - P(A \cap R) = \frac{75 + 75 - 45}{250} = 0,42.$$

#### Exercice 4 (4 points)

Soit  $ABCD$  un carré de côté 8 cm.

Soit  $M$  un point de  $[AB]$ .

Les points  $N$  et  $P$  sont définis tels que  $AMNP$  soit un carré avec  $P \in [AD]$ .



On note  $x$  la longueur  $AM$  en cm,  $f(x)$  l'aire du carré  $AMNP$  (en  $\text{cm}^2$ ), et  $g(x)$  l'aire du triangle  $DNC$  (en  $\text{cm}^2$ ).

1. Donner l'intervalle des valeurs possibles pour  $x$ .

Comme  $M \in [AB]$ , on a  $x \in [0; 8]$ .

2. On cherche désormais la position du point  $M$  pour que l'aire du carré  $AMNP$  soit égale à l'aire du triangle  $DNC$ .

- (a) Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $x$ .

$f(x)$  est l'aire du carré  $AMNP$  de côté  $x$ , donc  $f(x) = x^2$ .

- (b) Montrer que  $g(x) = 32 - 4x$ .

La hauteur issue de  $N$  dans le triangle  $DNC$  mesure  $8 - x$ .

$$g(x) = \text{Aire}(DNC) = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

$$g(x) = \frac{8(8 - x)}{2} = 4 \times (8 - x) = 32 - 4x.$$

- (c) Montrer que  $f(x) - g(x) = (x - 4)(x + 8)$ .

Donc  $f(x) - g(x) = x^2 - (32 - 4x) = x^2 + 4x - 32$ .

Par ailleurs, en développant,

$$(x-4)(x+8) = x^2 + 8x - 4x - 32 = x^2 + 4x - 32.$$

$$\boxed{\text{Donc } f(x) - g(x) = (x-4)(x+8).}$$

(d) Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  et répondre au problème.

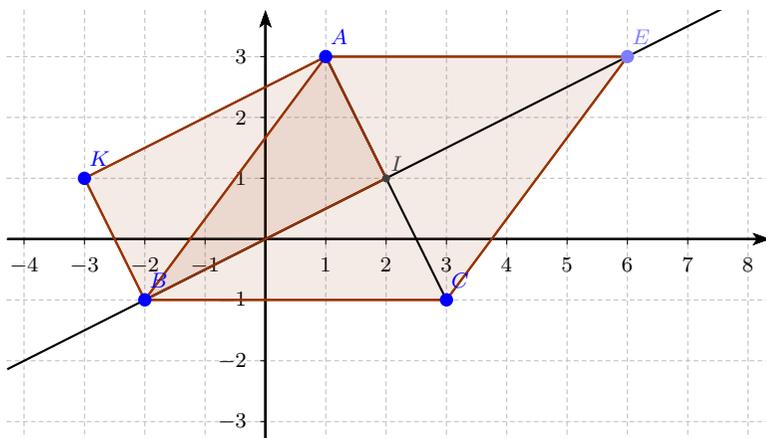
$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ f(x) - g(x) &= 0 \\ (x-4)(x+8) &= 0 \\ x-4 &= 0 \quad \text{ou} \quad x+8 = 0 \\ x &= 4 \quad \text{ou} \quad x = -8 \end{aligned}$$

D'après le contexte,  $x$  est une longueur, et on a vu que  $x \in [0; 8]$ . On retient seulement la solution positive  $x = 4$ .

$\boxed{\text{Les deux aires sont égales lorsque } AM = 4 \text{ cm, c'est à dire lorsque } M \text{ est au milieu du segment } [AB].}$

### Exercice 5 (5 points)

- Placer dans un repère orthonormé les points  $A(1; 3)$ ,  $B(-2; -1)$ ,  $C(3; -1)$ , et  $E(6; 3)$ . On complètera la figure au fur et à mesure de l'exercice.



- Montrer que  $ABCE$  est un parallélogramme. Justifier.  $ABCE$  est un parallélogramme ssi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$ .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}, \overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

De même, on montre que  $\overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ .

$\boxed{\text{Comme les vecteurs } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{EC} \text{ sont égaux, } ABCE \text{ est un parallélogramme.}}$

- (a) Calculer les longueurs  $AB$  et  $BC$ .

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

De même,

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5.$$

$\boxed{\text{On a donc } AB = BC = 5.}$

- (b) Que peut-on dire de plus sur le quadrilatère  $ABCE$ ? Justifier précisément.

$\boxed{\text{On sait que } ABCE \text{ est un parallélogramme, et qu'il a deux côtés consécutifs de même longueur } (AB = BC), \text{ donc } ABCE \text{ est un losange.}}$

- (a) Montrer que le milieu  $I$  du segment  $[AC]$  a pour coordonnées  $I(2; 1)$ .

$$\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2.$$

$$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1.$$

$\boxed{\text{Le milieu de } [AC] \text{ est bien le point } I(2; 1).}$

- (b) Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{IA}$ .

$$\overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} x_A - x_I \\ y_A - y_I \end{pmatrix}, \overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \boxed{\overrightarrow{IA} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (c) Construire le point  $K$  image de  $B$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{IA}$ .

$\boxed{\text{On obtient } K(-3; 1).}$

- (d) Justifier que  $AIBK$  est un rectangle.

Indication : on pourra éviter les calculs en exploitant les questions précédentes.

Comme  $\vec{IA} = \vec{BK}$ ,  $AIBK$  est un parallélogramme.

De plus,  $I$  étant le milieu de  $[AC]$ ,  $I$  est le point d'intersection des diagonales dans le losange  $ABCE$ .

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

Donc  $(IA) \perp (IB)$ .

$AIBK$  est donc un parallélogramme avec un angle droit : c'est un rectangle.

### Exercice 6 (4 points)

On considère l'algorithme suivant :

**Variables** :  $p, x$  sont des nombres

**Début**

Entrer  $x$

Si  $x \leq 250$ , alors mettre 98 dans  $p$

Sinon mettre  $98 + (x - 250) \times 0,34$  dans  $p$

Fin Si

Afficher  $p$

**Fin**

1. Compléter sans justifier.

(a) Quelle valeur est affichée en sortie si l'on entre 123 ?

(b) Si l'on entre 250 ?  Si l'on entre 300 ?

2. L'agence de location de voitures *Autoloc* possède un logiciel permettant de calculer le coût  $p$  (en euros) de location d'un véhicule en fonction du nombre  $x$  de km parcourus. Ce logiciel utilise pour cela l'algorithme décrit ci-dessus.

Compléter sans justifier les informations manquantes dans l'encadré ci-dessous :

### *Autoloc*

Tarif de location : **98 €**

Ce tarif permet de parcourir **250 km**

Il faut compter **0,34** euros par km supplémentaire

3. Une autre agence de location *Locpriba* propose un tarif unique de 0,38 € par km. Déterminer le tarif le plus avantageux pour 280 kilomètres parcourus, puis pour 350 kilomètres parcourus.

$$98 + (280 - 250) \times 0,34 = 108,2.$$

$$0,38 \times 280 = 106,4.$$

Pour faire 280 km, on paie 108,2 euros chez *Autoloc*, et 106,4 chez *Locpriba* : *Locpriba* est plus avantageux.

$$98 + (350 - 250) \times 0,34 = 132.$$

$$0,38 \times 350 = 133.$$

Pour faire 350 km, on paie 132 euros chez *Autoloc*, et 133 chez *Locpriba* : *Autoloc* est plus avantageux.

4. Écrire un algorithme qui, en entrant le nombre de kilomètres, renvoie le nom de l'agence de location qui pratique le tarif le plus avantageux.

**Début**

Entrer  $x$

Si  $x \leq 250$ , alors mettre 98 dans  $p$

Sinon mettre  $98 + (x - 250) \times 0,34$  dans  $p$

Fin Si

Mettre  $0,38 \times x$  dans  $L$

Si  $p \leq L$ , alors afficher "Autoloc"

Sinon, afficher "Locpriba"      Fin Si

**Fin**