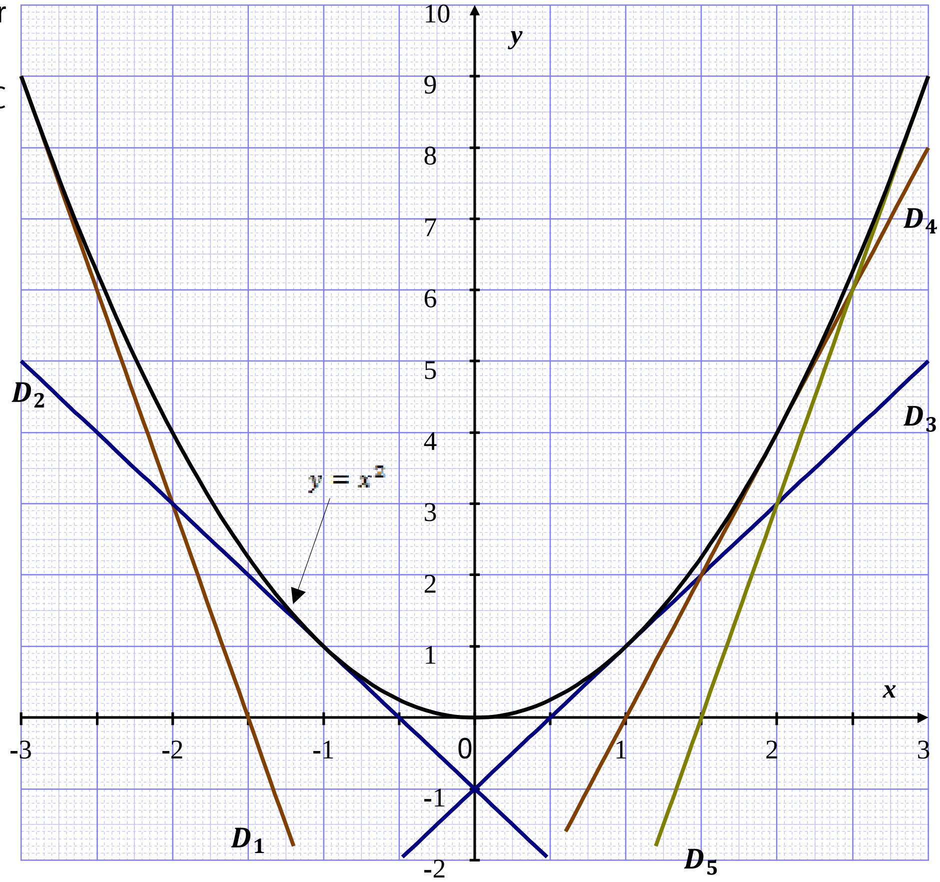
Rappel première sur le nombre dérivé/Tangente.

Un skate-boarder suit une courbe (C) définie par la parabole d'équation $y = x^2$. Il veut connaître sa trajectoire en différents points repérés par la tangente à la courbe (C).

Soit f la fonction définie sur $[-3; 3]$ par $f(x) = x^2$.
Sa courbe représentative C est donnée ci-contre.
Les droites $D_1; D_2; (xx'); D_3; D_4$ *et* D_5 sont tangentes à C respectivement aux points d'abscisses $x = -3; x = -1;$ $x = 0; x = 1; x = 2$; $et\ x = 3$.



1/a-Proposer une méthode afin de déterminer le coefficient directeur de chaque droite.

………..

………..

b-Déterminer une équation des droites (D_2), (xx'); D_3 à l'aide de considérations géométriques.

………..

………..

2/a-Déterminer alors le coefficient directeur de chaque droite, puis compléter le tableau ci-contre.

b-Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de coordonnées $(1; 1)$ est appelé nombre dérivé de f au point d'abscisse $x = 1$; il est noté $f'(1) = 2$.
Déterminer
$f'(-1) =$. … … ; $f'(0) =$. … … ; $f'(2) =$. … … ; $f'(3) =$. … ….

c-Soit x_A un nombre réel. Quelle relation peut-on supposer entre x_A et $f'(x_A)$?……………………………………………………………………………..

Abscisse x_A	**coefficient directeur de la droite**
-3	
-1	
0	
1	
2	
3	

3/a-Calculer $f'(-2,5)$ et $f'(-2)$……………………………………………………………………………………

b-En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe (C) aux points d'abscisse $x_A = -2,5$ et $x_C = -2$……………………………………………………………………………………………

Cours

Nombre dérivé.

➢f est une fonction dont la courbe représentative admet une tangente au point d'abscisse $x = a$.
Le nombre dérivé de f au point d'abscisse $x = a$ est le coefficient directeur de la tangente.

➢Le nombre dérivé de f en a est noté $\boldsymbol{f'(a)}$ [on dit f prime de a].

(Voir l'activité précédente pour des exemples)

Cas particulier

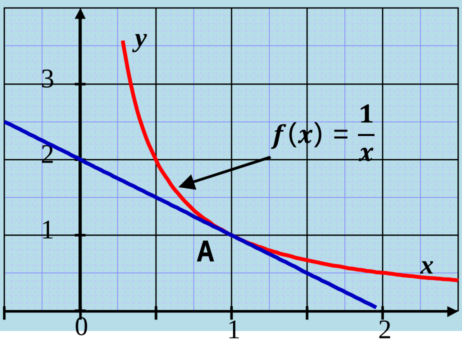
➢$f'(a) = 0$ correspond à une tangente horizontale.

Equation réduite de la tangente

➢L'équation réduite de la tangente en un point A (commun à la courbe et à la tangente) est alors de la forme :

$$\boldsymbol{y = f'(x_A) \times (x - x_A) + y_A}$$

Exemple : On a la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ sur l'intervalle [0,25; 3].
Par lecture graphique, on a $f'(1) = -1$.
Au point A(1 ;1), l'équation de la tangente à la droite s'écrit :
$y = -1 \times (x - 1) + 1$.
Soit $\boldsymbol{y = -x + 2}$.



Approximation affine

➢L'approximation affine de f au voisinage de a s'écrit :

$$\boldsymbol{f(a + h) = f(a) + hf'(a)}$$

Exemple : En A cela donne : au voisinage de $x = 1 \rightarrow f(1 + h) = f(1) + h \times f'(1)$.

$$f(1 + h) = 1 - h$$

➢On pourra alors calculer une valeur approchée de $f(a + h)$ quand ***h* est petit**

Exemple : On a donc $f(1{,}02) \approx 1 - 0{,}02 \approx 0{,}98$

A la calculatrice on trouve 0,9803 ce qui est donc une bonne valeur approchée !