EXERCICE 1 : : (5 points) Quatre affirmations sont données ci-dessous.
Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse

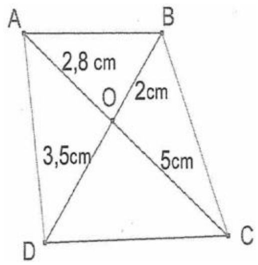
Affirmation 1 : $\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)$ est un entier

$\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2=5-1=4$ 4 est un entier, donc l'affirmation 1 est vraie.

Affirmation 2 : 4 n'admet que 2 diviseurs
L'égalité : $2\times 2=4$ permet d'affirmer que 2 est un diviseur de 4.
L'égalité : $1\times 4=4$ permet d'affirmer que 1 et 4 sont des diviseurs de 4.
1, 2 et 4 sont 3 diviseurs de 4, donc l'affirmation 2 est fausse.

Affirmation 3 : Un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.
Un cube possède 6 faces, un pavé droit possède 6 faces.
Une pyramide à base carrée possède 4 faces latérales et une base, donc 5 faces au total.
$6+6+5=17$, donc un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.

Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles



$$\frac{OA}{OC}=\frac{2,8}{5}=\frac{28}{50}=\frac{14}{25}=\frac{14\times 7}{25\times 7}=\frac{98}{175}$$
$$\frac{OB}{OD}=\frac{2}{3,5}=\frac{20}{35}=\frac{4}{7}=\frac{4\times 25}{7\times 25}=\frac{100}{175}$$
$\frac{98}{175}\neq\frac{100}{175}$, donc $\frac{OA}{OB}\neq\frac{OB}{OD}$,

Autre méthode :
$\frac{OA}{OC}=\frac{2,8}{5}$ $\frac{OB}{OD}=\frac{2}{3,5}$
$OA\times OD=2,8\times 3,5=9,8$ $OC\times OB=5\times 2=10$
$9,8\neq 10$ donc : $OA\times OD\neq OC\times OB$, d'où : $\frac{OA}{OC}\neq\frac{OB}{OD}$

Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

EXERCICE 2 : (8 points)
Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.
Le professeur donne un protocole expérimental à suivre :

- mettre en culture sur du coton, dans une boîte placée dans une pièce éclairée, de température entre 20°C et 25°C.
- arroser une fois par jour
- il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau ci-dessous donne les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

Au plus 12 cm signifie 12 cm et moins de 12 cm.

D'après le tableau , 1 plantule mesure 0 cm, 2 mesurent 8 cm et 2 mesurent 12 cm. $1+2+2=5$, 5 plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm.

2. Donner l'étendue de la série

L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite de cette série.
$22-0=22$, l'étendue de cette série est 22.

3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.

$$\frac{1\times0+2\times8+2\times12+4\times14+2\times16+2\times17+3\times18+3\times19+4\times20+4\times21+2\times22}{29}=\frac{481}{29}$$

$\frac{481}{29}\approx16{,}58$ L'arrondi au dixième près de la moyenne de cette série est 16,6 cm.

4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2
ECC	1	3	5	9	11	13	16	19	23	27	29

Il y a 29 données dans la série, donc la médiane est la 15e donnée
Les 14e, 15e et 16e, données correspondent à une taille de 18 cm.
La médiane de cette série est 18 cm.
Au moins 50% des plantules atteignent la taille de 18 cm à 10 jours après la germination.

5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm. Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

Nombre de plantules ayant une taille supérieure ou égale à 14 cm.
5 plantules sur 29 ont une taille qui mesure au plus 12 cm. $29-5=24$
ou : $4+2+2+3+3+4+4+2=24$
24 plantules sur 29 ont une taille supérieure ou égale à 14 cm.

$\frac{24}{29}\approx0{,}827$ $0{,}827=82{,}7\%$

Le pourcentage des élèves de la classe ayant bien respecté le protocole est environ de 82,7 %.

6. Le professeur a fait lui-même la même expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination. Prouver que, si l'on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

On passe de 29 à 30 données.

La médiane sera donc la moyenne des 15e et 16e données.

Soit T la taille de la plantule du professeur.

1er cas : $T=16$

Premières des **30** données : 0 8 8 12 12 14 14 14 14 16 16 16 17 17 **18** **18** 18 19

La 15e donnée est 18. La 16e donnée est 18. **La médiane sera donc toujours 18 cm.**

2e cas : $T=17$

Premières des **30** données : 0 8 8 12 12 14 14 14 14 16 16 17 17 17 **18** **18** 18 19

La 15e donnée est 18. La 16e donnée est 18. **La médiane sera donc toujours 18 cm.**

3e cas : $T=18$

Premières des **30** données : 0 8 8 12 12 14 14 14 14 16 16 17 17 18 **18** **18** 18 19

La 15e donnée est 18. La 16e donnée est 18. **La médiane sera donc toujours 18 cm.**

4e cas : $T > 18$

Si le professeur a une plantule dont la taille est supérieure à 18, cela ne changera pas la valeur de la médiane qui restera égale à 18 cm. La 15e donnée sera toujours18. La 16e donnée sera 18. **La médiane sera donc toujours 18 cm.**

0 8 8 12 12 14 14 14 14 16 16 17 17 18 **18** **18** 19 19 ...

EXERCICE 3 : (6 points)

Le poids d'un corps sur un astre dépend de la masse et de l'accélération de la pesanteur.

On peut montrer que la relation est : $P = mg$, P est le poids en Newton d'un corps sur un astre (c'est-à-dire la force que l'astre exerce sur le corps), m est la masse en kg de ce corps, g est l'accélération de la pesanteur de cet astre.

1. Sur la Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre g_r est environ 9,8.

   Calculer le poids en Newton sur la Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg.

   $P = m \times g_r$ $P = 70 \times 9{,}8$ $P = 686$

   Le poids en Newton sur la Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg est de 686 Newton (en abrégé : N)

2. Sur la lune, la relation $P = mg$ est toujours valable.*

   On donne ci-dessous le tableau de correspondance Poids-Masse sur la Lune :

Masse (kg)	3	10	25	40	55
Poids (N)	5,1	17	42,5	68	93,5

a. Est-ce que le tableau est un tableau de proportionnalité ?

$\frac{5{,}1}{3} = \frac{17}{10} = \frac{42{,}5}{25} = \frac{68}{40} = \frac{83{,}5}{55} = 1{,}7$, donc le tableau est un tableau de proportionnalité.

On a : $P = M \times g$, avec $g = 1{,}7$ (g est le coefficient de proportionnalité du tableau.)

b. Calculer l'accélération de la pesanteur sur la lune notée g_L

$P = M \times g$ sur la lune : $P = M \times g_L$ $g_L = 1{,}7$

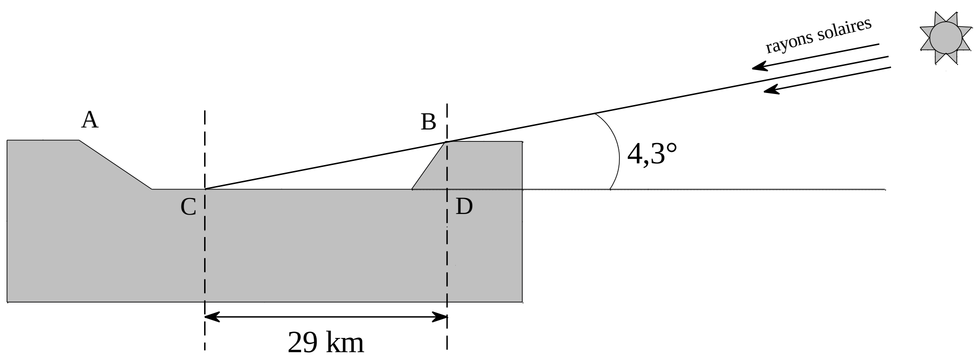
c. Est-il vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre. ?

L'accélération de la pesanteur de la Terre g_r est environ 9,8.

L'accélération de la pesanteur de la Lune est g_L est 1,7.

$\frac{9{,}8}{1{,}7} \approx 5{,}76$ L'arrondi à l'unité de 5,76 est 6. L'accélération de la pesanteur de la Lune est g_L est environ 6 fois moins grande que celle de la Terre. Donc on peut dire que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre

3. Le dessin ci-dessous représente un cratère de la Lune. BCD est un triangle rectangle en D.



a. Calculer la profondeur BD du cratère.

Dans le triangle BCD rectangle en D, $\tan \widehat{BCD} = \dfrac{BD}{CD}$ $\quad BD = CD \times \tan \widehat{BCD}$ $\quad BD = 29 \times \tan 4{,}3°$

$BD \approx 2{,}18$ La profondeur BD du cratère est environ de 2,18 km.

b. On considère que la longueur CD représente 20% du diamètre du cratère.
Calculer la longueur AB du diamètre du cratère.
La longueur CD de 29 km représente 20% de la longueur AB du cratère. On a donc :

$CD = 20\% \times AB \qquad CD = 0{,}2 \times AB \qquad AB = \dfrac{CD}{0{,}2} \qquad AB = \dfrac{29}{0{,}2} \qquad AB = 145$

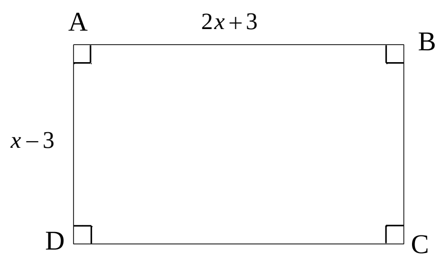
La longueur AB du diamètre du cratère est de 145 km.

EXERCICE 4 : (4points) On donne la feuille de calcul ci-contre.
La colonne B donne les valeurs de l'expression $2x^2 - 3x - 9$ pour quelques valeurs de *x* de la colonne A.

	A	B
	x	$2x^2-3x-9$
1	$-2{,}5$	11
2	-2	5
3	$-1{,}5$	0
4	-1	-4
5	$-0{,}5$	-7
6	0	-9
7	0,5	-10
8	1	-10
9	1,5	-9
10	2	-7
11	2,5	-4
12	3	0
13	3,5	5
14	4	11
15	4,5	18
16	5	26
17		

1. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A17, quelle valeur va -t-on obtenir dans la cellule B17 ?
   La cellule B17 contiendra la valeur de $2x^2 - 3x - 9$ quand on remplace *x* par 6.
   $2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 2 \times 36 - 18 - 9 = 72 - 27 = 45$
   La cellule B17 contiendra la valeur 45
2. A l'aide du tableur, trouver 2 solutions de l'équation $2x^2 - 3x - 9 = 0$.
   On cherche les nombres de la colonne A qui correspondent au nombre 0 de la colonne B.
   On obtient $-1{,}5$ et 3.

3. L'unité de longueur est le centimètre. Donner une valeur de *x* pour laquelle l'aire du rectangle ci-dessous est égale à 5 cm^2. Justifier.



$\mathcal{A} = AB \times AD = (2x+3)(x-3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$

On retrouve l'expression de la colonne B de la première question. Cette expression est égale à 5 pour deux valeurs de *x* : -2 et 3,5.
$x - 3$ est la largeur du rectangle.
Si $x = -2$, alors : $x - 3 = -5$, ce qui est impossible car $x - 3$ est une longueur.
3,5 est donc la seule valeur possible de *x* pour laquelle l'aire du rectangle est égale à 5 cm^2.

EXERCICE 5 : (6 points)
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD telle que son volume est égal à 108 cm^3. Sa hauteur [SH] mesure 9 cm. Le volume d'une pyramide est donné par la relation : $\text{Volume d'une pyramide} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

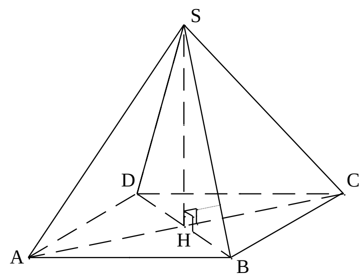
1. a. Vérifier que l'aire de ABCD est bien 36 cm^2.

$\mathcal{V} = \dfrac{AB^2 \times SH}{3} \qquad AB^2 \times SH = 3 \times \mathcal{V} \qquad AB^2 = (3 \times \mathcal{V}) \div \text{SH}$

$AB^2 = (3 \times 108) \div 9 = 36 \qquad AB^2 = 36 \qquad$ L'aire de ABCD est bien 36 cm^2.

1. b. En déduire la valeur de AB.

$AB^2 = 36,$ $AB > 0$ $AB = \sqrt{36}$ $AB = 6$



1. c. Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm.

ABCD est un carré, donc $AB = BC = 6$

ABCD est un carré, donc le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2\times AB^2 = 2\times 36 = 2\times 6^2$

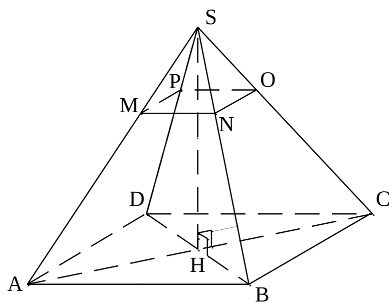
$AC > 0$ $AC = \sqrt{2\times 6^2}$ $AC = 6\sqrt{2}$

$AB + BC + AC = 6 + 6 + 6\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2}$

Le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm.

2. SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD.

On obtient alors la pyramide SMNOP telle que l'aire du carré MNOP est égale à 4 cm^2.



a. Calculer le volume de la pyramide SMNOP.

SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD. Soit *k* le coefficient de réduction.

L'aire du carré MNOP est une réduction de l'aire du carré ABCD et on a :

$\mathcal{A}_{\text{MNOP}} = k^2 \times \mathcal{A}_{\text{ABCD}}$ d'où : $k^2 = \mathcal{A}_{\text{MNOP}} \div \mathcal{A}_{\text{ABCD}} = \dfrac{4}{36}$

$k > 0$ $k = \sqrt{\dfrac{4}{36}}$ $k = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Le volume de la pyramide SMNOP est une réduction du volume de la pyramide SABCD et on a :

$\mathcal{V}_{\text{MNOP}} = k^3 \times \mathcal{V}_{\text{ABCD}}$ $\mathcal{V}_{\text{MNOP}} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 \times 108$ $\mathcal{V}_{\text{MNOP}} = \dfrac{1}{27} \times 108$ $\mathcal{V}_{\text{MNOP}} = 4$

Le volume de la pyramide SMNOP est égal à 4 cm^3.

b. Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.

Etes-vous d'accord avec elle ?

Le triangle MNO est une réduction du triangle ABC. Le coefficient de réduction est *k*.

$\mathcal{P}_{\text{MNO}} = k \times \mathcal{P}_{\text{ABC}}$ $\mathcal{P}_{\text{MNO}} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{P}_{\text{ABC}}$ ou $\mathcal{P}_{\text{MNO}} = \mathcal{P}_{\text{ABC}} \div 3$

Pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3. Elise a raison.

EXERCICE 6 : (6 points)

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la Nasa est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète rouge. Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Quelle a été la durée en heures du vol ?

Le vol a duré 255 jours. $255 \text{ j} = 255 \times 24 \text{ h} = 6120 \text{ h}$

La durée en heures du vol a été de 6120 h.

2. Calculer la vitesse moyenne du Rover en km/h. Arrondir à la centaine près.

Le Rover a parcouru 560 millions de km en 6120 h.

$v = \dfrac{560 \times 10^6}{6120}$ $\quad v \approx 91503$ km/h.

On arrondit à la centaine de km près. 91503 est plus proche de 91500 que de 91600.

L'arrondi de la vitesse moyenne du Rover arrondi à la centaine près est 91500 km/h.

3. Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le Rover ont été retransmises au centre de la Nasa.
Les premières images ont été émises de Mars à 7h48min le 6 août 2012.
La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s (vitesse de la lumière)
A quelle heure, ces premières images sont-elles parvenues au centre de la Nasa ? (On donnera l'arrondi à la minute près)
Duré de la transmission des images :

$v = \dfrac{d}{t}$, donc : $t = \dfrac{d}{v}$

$$t = \frac{248 \times 10^6}{300000} = \frac{248 \times 10^6}{3 \times 10^5} = \frac{248 \times 10}{3} = \frac{2480}{3}\ \text{s}$$

Conversion : $\dfrac{2480}{3} s = \dfrac{2480}{3} \times \dfrac{1}{60} min = \dfrac{248}{18} min$ $\qquad \dfrac{248}{18} \approx 13,77$

La durée de la transmission des images arrondie à la minute près est de 14 minutes.

Les premières images ont été émises de Mars à 7h48min. Il a fallu près de 14 minutes pour qu'elles arrivent au centre de la Nasa.
$7h48\,min + 14\,min = 7h62\,min = 8h02\,min$.
Les premières images arrivent au centre de la Nasa vers 8h02min.