ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1 : Dans une salle de cinéma, les enfants paient demi-tarif et les adultes plein tarif. Deux adultes et cinq enfants ont payé au total 31,50€.

1. Combien paiera un groupe composé de quatre adultes et de dix enfants ?

Si deux adultes et cinq enfants ont payé au total 31,50€, alors deux fois plus d'adultes et d'enfants paieront deux fois plus.
$2\times 31{,}5 = 63$, donc un groupe composé de quatre adultes et de dix enfants paiera 63€.

2. Quel est le prix payé par un adulte ?

Soit a le prix payé pour un adulte, les enfants paient demi-tarif, alors a/2 est le prix payé pour un enfant.
Un groupe composé de quatre adultes et de dix enfants paiera 63€ se traduit par :

$4a + 10\times\dfrac{a}{2} = 63 \qquad 4a + 5a = 63 \qquad 9a = 63 \qquad a = \dfrac{63}{9} \qquad a = 7$.

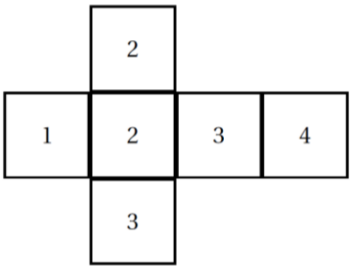
Un adulte paie 7€.

Exercice 2

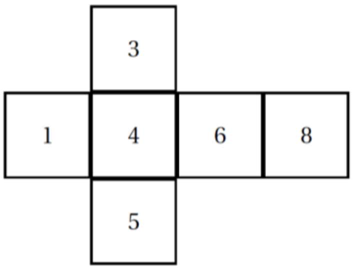
Dans cet exercice, tous les dés sont équilibrés.

1. Aline possède deux dés très particuliers. Un patron de chacun de ces dés est donné en dessous :

Dé n° 1



Dé n° 2



Elle lance ses deux dés, puis elle note le nombre obtenu avec le premier dé et celui obtenu avec le second dé. Elle calcule ensuite la somme de ces deux nombres. Par exemple, si elle obtient un « 4 » avec le dé n° 1 et un « 5 » avec le dé n° 2, la somme est égale à 9.
Aline a obtenu une somme égale à 8.
Ecrire toutes les possibilités de lancers qui correspondent à ce résultat.

Dé 1	2	3	4
Dé 2	6	5	4

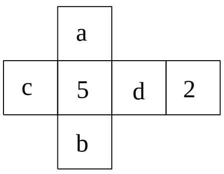
2. Aline se demande quelle est la probabilité d'obtenir les différentes sommes. Pour se faire une idée, elle décide d'effectuer 5000 lancers. Voici ses résultats.

sommes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectifs avec les dés d'Alice	122	264	418	592	677	848	724	529	398	301	127

Avec quelle fréquence, Aline a-t-elle obtenu une somme égale à 6 ?
Sur 5000 lancers, Aline a obtenu 677 fois la somme 6.
$\dfrac{677}{5000} = 0{,}1354 = 13{,}54\%$. La fréquence d'obtention d'une somme égale à 6 est de 13,54%.

3. Bertrand possède deux dés classiques. Sur chaque dé, les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 de telle façon que la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées soit égale à 7.

   a. Compléter le patron qui correspond à un dé classique de telle sorte que cette consigne soit respectée.



Il y a 8 possibilités.

a	b	c	d
1	6	3	4
1	6	4	3
6	1	3	4
6	1	4	3
3	4	1	6
3	4	6	1
4	3	1	6
4	3	6	1

   b. Bertrand voudrait obtenir une somme égale à 2 avec deux dés. A-t-il plus de chances d'obtenir ce résultat en lançant les deux dés d'Aline ou en lançant ses deux dés ?

Pour obtenir une somme égale à 2 avec deux dés, il faut obtenir 1 avec le premier dé et encore 1 avec le 2^{e}.
Avec les dés d'Aline : 1 chance sur 6 d'obtenir 1 avec le dé n° 1 et 1 chance sur 6 d'obtenir 1 avec le dé n° 2

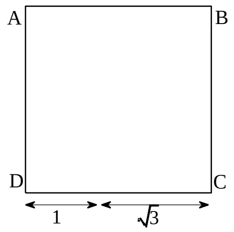
$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$, Bertrand a donc 1 chance sur 36 d'obtenir 1 avec les dés d'Aline.

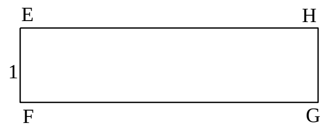
En en lançant ses deux dés, Bertrand a 1 chance sur 6 d'obtenir 1 avec le dé n° 1 et 1 chance sur 6 d'obtenir 1 avec le dé n° 2

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$, Bertrand a donc 1 chance sur 36 d'obtenir 1 avec ses dés.

Bertrand a la même chance d'obtenir une somme de 2 avec les dés d'Aline ou les siens, soit 1 chance sur 36.

Exercice 3 :





Les figures ci-dessus représentent un carré de côté $1+\sqrt{3}$ et un rectangle de largeur 1 et de longueur indéterminée. Les longueurs sont données en centimètre, mais les dessins ne sont pas en vraie grandeur. Les deux questions sont indépendantes.

1. Dans cette question, on veut que le périmètre du rectangle EFGH soit égal à celui du carré ABCD. Déterminer dans ce cas la valeur exacte de FG.

Soit P_{ABCD} le périmètre du carré ABCD. $P_{ABCD}=4\times DC=4\times\left(1+\sqrt{3}\right)=4+4\sqrt{3}$

Soit P_{EFGH} le périmètre du rectangle EFGH. $P_{EFGH}=2\times EF+2\times FG=2\times 1+2\times FG=2+2FG$

$P_{ABCD}=P_{ABCD}$, donc : $4+4\sqrt{3}=2+2FG$ $\quad 4+4\sqrt{3}-2=2FG$ $\quad 2+4\sqrt{3}=2FG$ $\quad FG=\frac{2+4\sqrt{3}}{2}=1+2\sqrt{3}$

2. Dans cette question, on veut que les aires des deux quadrilatères ABCD et EFGH soient égales. Justifier que la valeur exacte de FG est alors $4+2\sqrt{3}$

Soit $\mathcal{A}_{ABCD}$ l'aire du carré ABCD. $\mathcal{A}_{ABCD}=DC^2=\left(1+\sqrt{3}\right)^2=1+2\sqrt{3}+3=4+2\sqrt{3}$

Soit $\mathcal{A}_{EFGH}$ l'aire du rectangle EFGH. $\mathcal{A}_{EFGH}=EF\times FG=1\times FG=FG$

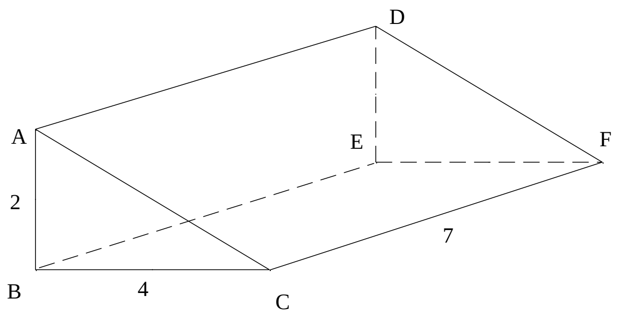
$\mathcal{A}_{ABCD}=\mathcal{A}_{EFGH}$, donc : $4+2\sqrt{3}=FG$

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1 :

1. Le dessin ci-contre est une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit à base triangulaire. Les faces BAC et DEF de ce solide sont des triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 2 cm et 4 cm. La hauteur de ce prisme est 7 cm. Construire en vraie grandeur la face ACFD.

2. Calculer le volume de ce prisme.



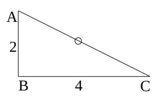
le dessin n'est pas à l'échelle

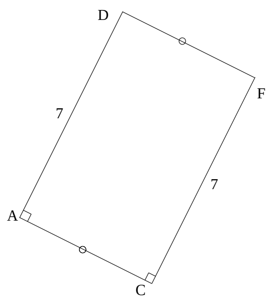
1. ACFD est une face latérale du prisme, donc ACFD est un rectangle.

Sa longueur est FC, on sait que FC = 7 cm.

Sa largeur est AC. [AC] est l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en B

On construit le triangle ABC, puis on y accroche le rectangle ACFD ou on reporte la longueur AC.





2. Volume du prisme

Soit V le volume du prisme.

$$V = \frac{AB \times BC}{2} \times FC = \frac{2 \times 4}{2} \times 7 = 28\,\text{cm}^3$$

Exercice 2 :
On a dessiné et codé quatre figures géométriques. Dans chaque cas, préciser si le triangle ABC est rectangle ou non.
Une démonstration rédigée n'est pas attendue. Pour justifier, on se contentera de citer une propriété ou d'effectuer un calcul.

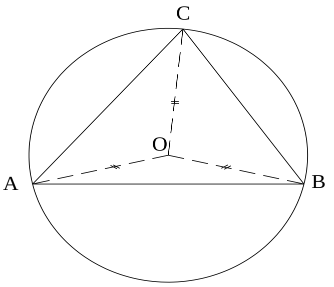


Figure 1

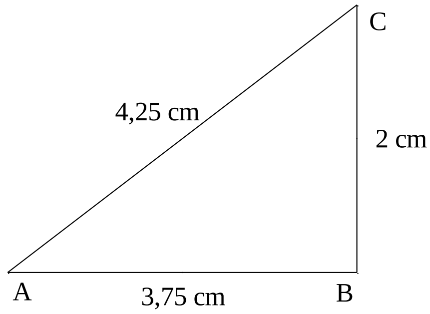
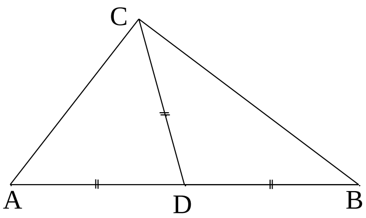


Figure 2



les points A, B, D sont alignés
Figure 3

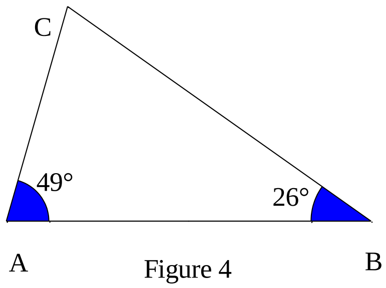


Figure 4

Figure 1 :
Commentaire : Si un point C est sur un cercle de diamètre [AB], alors le triangle ABC est rectangle en C.
Rédaction : C est un point du cercle de centre O, A et B sont sur le cercle, mais [AB] n'est pas un diamètre du cercle, car le centre O du cercle n'appartient pas à [AB], donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

Figure 2 :

$AC^2 = 4,25^2 = 18,0625$

$BC^2 + AB^2 = 2^2 + 3,75^2 = 18,0625$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$, le triangle ABC est rectangle en B.

Figure 3 : Dans le triangle ABC, D est le milieu de [AB]. Donc [CD] est la médiane issue de C relative au côté [AB]

$DA = DB = \dfrac{AB}{2}$

$CD = AD = AB : 2$

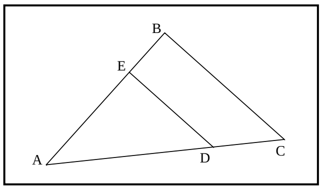
D est le milieu de [AB] et la longueur de la médiane [CD] est égale à la moitié de la longueur du côté [AB], donc le triangle ABC est rectangle en C.

Figure 4 :

$49 + 26 = 85$

$\widehat{ACB} = 180° - 85° = 95°$ $\widehat{ACB}$ ne mesure pas 90°, donc le triangle ACB n'est pas rectangle.

Exercice 3 :
Le dessin n'est pas en vraie grandeur.
Il représente une figure de géométrie pour laquelle on sait que : ABC est un triangle rectangle en B, E est sur le segment [AB] et D est sur le segment [AC]
AE = 2,4 cm AB = 3 cm AC = 8 cm AD = 6,4cm



1. Construire la figure en vraie grandeur (à faire)
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ à un degré près.

Dans le triangle ABC rectangle en B, $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{8}$

$\widehat{BAC} \approx 67{,}97°$. A un degré près, $\widehat{BAC}$ mesure 68°.

3. Démontrer que AED est un triangle rectangle

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{2{,}4}{3} = \dfrac{4}{5}$ $\qquad$ $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{6{,}4}{8} = \dfrac{4}{5}$ $\qquad$ $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC}$

Les points A, E, B et A, D, C sont alignés dans le même ordre et $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

ABC est un triangle rectangle en B, donc les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
(ED) et (BC) sont parallèles, donc (ED) et (AB) sont perpendiculaires.

E est un point de (AB), donc $(AB) = (AE)$, donc (ED) et (AE) sont perpendiculaires.
(ED) et (AE) sont perpendiculaires, donc le triangle AED est rectangle en E.

PROBLEME

Jérémy visite Londres avec ses parents. Ils décident d'aller au « London Eye », la grande roue panoramique de Londres.

1ère partie : Utiliser les documents 1 et 2 de l'annexe 1 pour répondre aux questions de cette partie.

1. Est-il vrai que le « London Eye » est deux fois plus haut que la grande roue installée à Paris en août 2010 ? Pas de justification attendue. Réponse : oui
2. Quelle est la différence de hauteur entre le « London Eye » et la grande roue de Pékin ? Réponse : 73 m ($208 - 135 = 73$)
3. Combien de temps dure un tour complet de la roue dans le « London Eye » ? Réponse : 30 minutes
4. Combien de personnes au maximum peuvent se trouver ensemble dans le « London Eye » ? Réponse : 800 personnes ($32 \times 25 = 800$)

Dans toute la suite du problème, on considère que la roue est un cercle dont le diamètre est égal à 134 m. La cabine est un point de ce cercle. On notera ce point C.

2e partie : Le tour de roue d'une cabine du « London Eye »

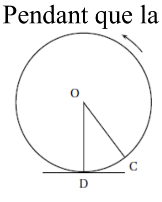
1. Une cabine du « London Eye » quitte le sol à 14h40min. A quelle heure y reviendra-t-elle après avoir fait un tour ?
   $14\text{h}40\,\text{min} + 30\,\text{min} = 14\text{h}70\,\text{min} = 15\text{h}10\,\text{min}$. La cabine reviendra au sol à 15h10min.
2. Pour cette question, on utilisera le graphique donné dans le document 3 de l'annexe 1.
   a. Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après son départ du sol. Aucune justification. Réponse : Un peu moins de 35 m
   b. Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine dix minutes après son départ du sol. . Aucune justification. Réponse : 102 m
   c. Au cours des quinze premières minutes de la montée, la hauteur à laquelle se trouve la cabine est-elle proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol ? Réponse : la hauteur à laquelle se trouve la cabine n'est pas proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol, car la représentation graphique correspondant aux 15 premières minutes de la montée n'est pas un segment.
   d. Donner une estimation de la durée pendant laquelle la cabine sera à plus de 100m de hauteur par rapport au sol pendant. Pas de justification. Réponse : entre 9min30s et 20 min.

3. Calculer le périmètre de la roue. Donner le résultat arrondi au mètre près.
   Le diamètre de la roue est de 134 m. Le périmètre de la roue est égal à 134π m
   $134\pi \approx 420{,}97$. L'arrondi au mètre près du périmètre de la roue est 421 m.

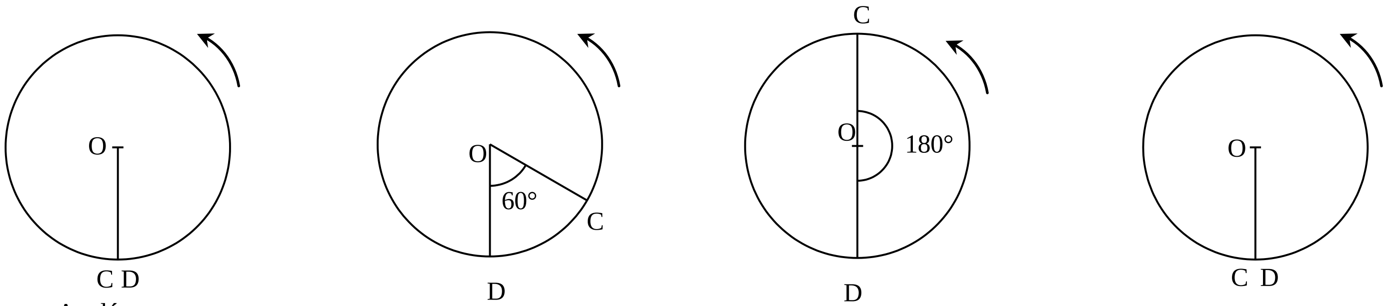
4. La roue tourne à une vitesse constante. Est-il exact que la cabine se déplace à moins de 1km/h ?
   La cabine parcourt 421 m en 30 minutes, $421\text{m} = 0{,}421\text{km}$ et $30\,\text{min} = 0{,}5\text{h}$
   La vitesse *v* de la cabine est égale à $0{,}421 \div 0{,}5 = 0{,}842$ km/h. $0{,}842 < 1$, donc il est exact que la cabine se déplace à moins de 1km/h

3e partie : Calcul de la hauteur de la cabine par rapport au sol.

La roue ne s'arrête pas pour laisser descendre et monter les passagers. Elle tourne à une vitesse très lente et constante.
Sur le schéma, le point C représente la cabine. Quand la cabine se trouve en bas, le point C est confondu avec le point D.
Pendant que la roue tourne, on admet que l'angle $\widehat{COD}$ est proportionnel au temps écoulé depuis que la cabine a quitté le sol.



1. Compléter les schémas de l'annexe 2, en plaçant le point C où se trouve la cabine à l'instant précisé. On considère qu'au départ, la cabine est en bas. Pas de justification attendue.



Au départ

5 min après le départ

15 min après le départ

30 min après le départ

2. a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{COD}$, cinq minutes après le départ ?

L'angle $\widehat{COD}$ est proportionnel au temps écoulé depuis que la cabine a quitté le sol.

temps écoulé en min	30	5
Angle en degré	360	$\frac{360\times5}{30}=60$

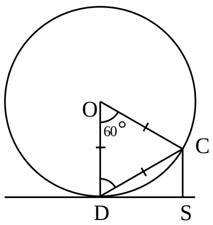
L'angle $\widehat{COD}$ mesure 60°.

2. b. Quelle est alors la nature du triangle COD ?

[OD] et [OC] sont deux rayons du cercle, donc le triangle COD est isocèle en O, donc les angles $\widehat{ODC}$ et $\widehat{OCD}$ sont égaux.

L'angle $\widehat{COD}$ mesure 60°, donc $\widehat{ODC}=\widehat{OCD}=(180°-60°)\div2=60°$. Les angles du triangle COD sont égaux à 60°, donc le triangle COD est équilatéral.

2. c. Retrouver par le calcul, la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après qu'elle a quitté le sol.



5 min après le départ

On cherche CS, [CS] est perpendiculaire à [SD], donc le triangle CSD est rectangle en S.
ODC est un triangle équilatéral (d'après 2b.), donc $DC=OD$.
OD est un rayon, donc $OD=164\div2=67$ m, on a donc : $DC=67$ m

$\widehat{CDS}=\widehat{ODS}-\widehat{ODC}$

ODS est un triangle rectangle en D, donc $\widehat{CDS}=90°-60°=30°$

Dans le triangle CSD est rectangle en S, $\sin\widehat{CDS}=\frac{CS}{CD}$ $\qquad CS=\sin\widehat{CDS}\times CD=\sin30°\times67=0{,}5\times67=33{,}5$ m.

La cabine se trouve à 33,5 m de hauteur cinq minutes après qu'elle a quitté le sol.
Commentaire : Graphiquement, on avait trouvé un peu moins de 35 m

ANNEXES

ANNEXE 1

Document 1 : Informations sur cinq grandes roues touristiques du monde.

Document 1 : Informations sur cinq grandes roues touristiques du monde

Nom	Hauteur	Année de construction	Pays	Ville
La grande roue de Pékin (Beijing Great Wheel)	208 m	2009	Chine	Beijing
Singapore Flyer	165 m	2008	Singapour	Singapour
London Eye	135 m	1999	Royaume-Uni	Londres
Tempozan Harbor Village Ferris Wheel	112,5 m	1997	Japon	Osaka
Grande Roue de Paris	60 m	2010	France	Paris

Document 2 : Extrait du dépliant touristique du « London Eye »
Le « London Eye » accueille une moyenne de 3,5 millions de visiteurs chaque année.
Horaires d'ouverture : 10h – 21h30

Fermé du 3 au 8 janvier et le 25 décembre.
La grande roue, véritable triomphe de la technologie, haute de 135 m pour une masse totale de 2 100 tonnes, constitue un nouveau point de repère spectaculaire au bord de la Tamise.
Pendant un tour complet d'une durée de 30 minutes, les visiteurs sont installés dans 32 cabines fermées qui peuvent contenir chacune 25 personnes au maximum. Ils découvrent une vue exceptionnelle s'étendant sur 20 km à la ronde.

Document 3 : Le tour d'une roue d'une cabine du « London Eye »
Le graphique ci-dessous représente la hauteur, par rapport au sol, à laquelle se trouve une cabine du « London Eye » en fonction du temps écoulé depuis que cette cabine a quitté le sol.
La hauteur est mesurée en mètres et le temps en minutes.