Chapitre n°2 : Calcul Algébrique 2nde

I. Expressions algébriques

1. Somme de termes et produit de facteurs

Exemple n°1 :

Compléter le tableau suivant par les expressions algébriques ci-dessous
a) $x - 3$; b) $(6x + 1)(x - 1)$; c) $(2x + 4) + 3x$; *d)* $3 + (2 + 3x)(x - 2)$; e) $2(1 + 6x)$;
f) $(3 + 8x)(x - 8)^2$; g) $(5 - x) - (9 + 9x)$; h) $(8 - x)(2 + x)$

Sommes (ou différences) de termes	Produits de facteurs

Remarque :

$\dfrac{3}{2-x}$ est appelé un quotient. C'est le produit de 3 et de l'inverse de $2 - x$.

2. Valeurs « interdites »

Pour certaines expressions dépendantes de x, il existe des valeurs de x pour lesquelles on ne peut pas calculer l'expression.

Exemple n° 2 :

Soit $A(x) = \dfrac{x+5}{4+x}$.

Pour quelle valeur de x, on ne peut pas calculer $A(x)$?
……………………………………………………………………………

II. Développements

Définition n°1 : Développer c'est écrire une expression algébrique sous forme de somme.

Pour développer une expression, on utilise les **propriétés** suivantes :

Propriétés n°1 : Distributivité Quels que soient a, b, c et d :

$$a(b + c) = ab + ac$$
$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Propriétés n°2 : Identités remarquables Quels que soient a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple n°3 : (Compléter)

$3a - 5(2 + a) + (3a - 2)^2 =$ ………………………………………………………………………

$(5x + 2)(-x - 3) - x + (2x + 1)(2x - 1) =$ ………………………………………………

Définition n°2 : Réduire une expression développée c'est l'écrire sous forme de somme contenant le moins de termes possible.

Exemple n°4 : (Compléter)

$3a - 10 - 5a + 9a^2 - 12a + 4 =$ …………………………………………………………………

$-5x^2 - 15x - 2x - 6 - x + 4x^2 - 1 =$ ……………………………………………………………

Remarque : quand on vous demande de développer, vous devez développer et réduire.

Exercice n°1 : Développer une expression

Développer et réduire l'expression suivante :

$$A=(x+2)(4x-3)-x(7-x)$$

II. Factorisations

Définition n°3 : Factoriser c'est écrire une expression algébrique sous forme d'un produit.

Première méthode :

Pour factoriser une expression, on utilise aussi la distributivité et les identités remarquables mais dans l'autre sens :

On reconnaît un facteur commun :

$$ab + ac + ad = a(b + c + d)$$

Exemple n°5 : (Compléter)

$2x + x(x - y) =$ ……………………………………………………………………………………………

$(a - 1)a + (a - 1) - (a - 1)(2a - 2) =$ ……………………………………………………………

Premier type de facteur commun caché :

Exemple n°6 : (Compléter)

$(\boldsymbol{x-1})(3-x) + (\boldsymbol{2x-2})(x-9) = (\boldsymbol{x-1})(3-x) + 2(\ldots\ldots\ldots)(x-9) =$

………………………………………………………………………

Deuxième type de facteur commun caché :

Exemple n°7 : **(Compléter)**
(7- x)(3x + 2) + (4 + x)**(x – 7)** = **(7- x)**(3x + 2) + (4 + x) **(-1)** (**………**) =
……………………………………………………………….

Deuxième méthode : On utilise les identités remarquables dans l'autre sens :

Exemple n°8 : (Compléter)
$(2t - 5)^2 - 36 = (2t - 5)^2 - \dots.^2 =$
……………………………………………………………………………………………………..

$4x^2 - 4x + 1 = (\dots)^2 - 2x \times 2 + \dots^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots..$

Exercice n°2 : Factoriser une expression

Factoriser les expressions suivantes :

$$B = 3(2+3x)-(5+2x)(2+3x)$$
$$C = (2-5x)^2-(2-5x)(1+x)$$
$$D = 5(1-2x)-(4+3x)(2x-1)$$
$$E = 3x^2 - x$$

IV. Réduire au même dénominateur

Définition n°4 :
Réduire au même dénominateur c'est transformer une somme (ou une différence) de deux fractions en une seule fraction.

Propriété n°3 :
Pour tout nombre a, b, c et d, réels on a :
$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Exercice n°3 : Réduire au même dénominateur

Réduire les expressions suivantes au même dénominateur :

$$A = \frac{7x}{x-2}-\frac{5}{3-x} \qquad B = 3+\frac{5x}{2x+1}$$