

CH1**Taux d'évolutions****TSTMG****Séance 1****I. Rappels sur les proportions****Exercice n°1: Utiliser une proportion, calculer une proportion**

Un lycée de 1600 élèves compte 65% de filles.

192 élèves de ce lycée sont en filière STMG dont 136 sont des filles.

- Calculer l'effectif des filles dans le lycée.
- Calculer la proportion, en %, d'élèves en filière STMG dans ce lycée.
- Calculer la proportion, en %, de filles parmi les élèves de STMG.
- Les filles de la filière STMG sont-elles sous ou surreprésentées dans ce lycée ?

II. Evolutions et coefficient multiplicateur**1. coefficient multiplicateur****Exercice n°2 :**

- Le prix d'un survêtement est de 40 €. Il augmente de 7 %.
- Le prix d'un tee-shirt est de 16 €. Il diminue de 15 %.
Calculer les nouveaux prix.
- Après une augmentation de 5 %, le prix d'un jean est de 78,75€.
Calculer l'ancien prix.

Proposition et définition n°1 :

Si t est le taux d'évolution en % de V_0 valeur de départ à V_1 valeur d'arrivée, alors

$$V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) V_0$$

Le nombre $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ est appelé coefficient multiplicateur de V_0 à V_1 , noté CM .

$$CM = \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

Conséquence :

On peut déterminer le coefficient directeur à l'aide de V_0 et V_1 : $CM = \frac{V_1}{V_0}$.

Exercice n°3 : le prix du gasoil est de 1,07 euros. Quelle est son prix après une augmentation de 20% ?

2. Taux d'évolution

Exercice n° 4 : Calculer une évolution

- a) La population d'un village est passée de 6500 à 9000 habitants entre 2007 et 2015.
Calculer le taux d'évolution de la population entre 2007 et 2015.
- b) Entre deux années successives, le montant des importations d'un pays est passé de 25 millions à 23 millions d'euros.
Calculer le taux d'évolution en % du montant des importations.
- c) Si un prix double, quelle est son taux d'évolution ?

Proposition n°2 :

- Si une quantité varie d'une valeur initiale V_0 à une valeur finale V_1 alors le taux d'évolution t en pourcentage de V_0 à V_1 est donné par la formule :

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$$

- Si on connaît CM de V_0 à V_1 alors $t = 100(CM - 1)$

Séance 3

3. Taux d'évolution réciproque

Exercice n° 5 :

Une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % se compensent-elles ?

Remarque : Une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$ ne se compense pas.

Proposition et définition n°3 :

Soit t le taux d'évolution en pourcentage de V_0 à V_1 .

On considère le coefficient multiplicateur permettant de passer de V_1 à V_0 que l'on note CM' d'où :

$$CM' = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$

CM' est appelé **coefficient multiplicateur du taux d'évolution réciproque**.

Le taux d'évolution de V_1 à V_0 est appelé taux d'évolution réciproque de V_0 à V_1 , on note t' :

$$t' = \left(\frac{1}{1 + \frac{t}{100}} - 1 \right) \times 100$$

Exercice n°6 :

Si une action baisse de 10%, quelle hausse devra-t-elle subir le lendemain pour retrouver sa valeur initiale ?

III. Evolutions successives

Exercice n° 7 : Déterminer un taux d'évolution global

- a) Un gagnant à un jeu de loterie place la somme de 10 000€ sur un compte rémunéré à 3% par an. De quelle somme disposera-t-il au bout de 2 ans ? (**Faire le calcul de deux façons différentes**)
- b) Une entreprise constate qu'en 2014, le prix de la matière première utilisée a diminué de 10%. En 2015, ce nouveau prix a augmenté de 5%.
Calculer le taux d'évolution global sur les deux années.

Proposition n°4 : Si t_0 est le taux d'évolution de V_0 à V_1 et t_1 celui de V_1 à V_2 alors le coefficient multiplicateur de V_0 à V_2 noté CMG est donné par la formule suivante :

$$CMG = \left(1 + \frac{t_0}{100}\right) \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \text{ (on retient les coefficients multiplicateurs se multiplient entre eux, faire un schéma)}$$

CMG est appelé **coefficient multiplicateur global**.

Conséquence : le **taux d'évolution globale** t en % de V_0 à V_2 est donnée par la formule suivante :

$$t = \left(\left(1 + \frac{t_0}{100}\right) \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) - 1 \right) \times 100$$

On a le Schéma suivant :

Généralisation : Soit n un entier non nul

Si une quantité subit n évolutions successives (augmentations ou diminutions) de taux $t_1, t_2 \dots, t_n$ en pourcentage à partir d'une valeur initiale V_1 , alors la quantité finale V_n , est donnée par la formule

$$\text{suivante : } V_n = \left[\left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \dots \left(1 + \frac{t_n}{100}\right) \right] \times V_1$$

$$\left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \dots \left(1 + \frac{t_n}{100}\right) \text{ est le } \mathbf{coefficient\ multiplicateur\ global}.$$

Conséquence : Le **taux d'évolution** t **global** de V_1 à V_n est donnée par la formule suivante :

$$t = \left[\left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \dots \left(1 + \frac{t_n}{100}\right) - 1 \right] \times 100$$

Exemple n°1 :

Un article subit une inflation (hausse) annuelle de 2% pendant 10 ans. Quel est son taux d'évolution globale ?

.....

Séance 4

IV. Taux d'évolution moyen

Activité n°1 : Calculer un taux d'évolution moyen

Compléter :

Entre 2012 et 2014, le prix du gaz a augmenté de 25%. On cherche à calculer le taux d'évolution moyen annuel.

On note t_M le taux d'évolution moyen annuel.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation **sur un an** est égal à :

.....

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation **sur deux ans** (de 2012 à 2014) est égal à :

.....

Or, sur deux années, le prix a augmenté de 25% donc ce coefficient multiplicateur est également égal à

.....

On a donc : $(1 + \frac{t_M}{100})^2 = 1.25$, soit :

$t_M =$

Le taux d'évolution moyen annuel est environ égal

*Soit $a \geq 0$, l'équation $x^2 = a$
a pour solution
 $x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$*

Propriété n°1 : Soit a un nombre strictement positif, n un entier naturel non nul.

L'équation $x^n = a$ d'inconnu x admet une unique solution notée $x = a^{\frac{1}{n}}$ (puissance $\frac{1}{n}$)

Remarque : $a^{\frac{1}{n}}$ est appelé la **racine n -ième** de a .

On peut également noté $\sqrt[n]{a}$.

Exemple n°2 : $x^5 = 5$ équivaut à (à la calculatrice, on utilisera la $^{\wedge}$ ou x^y)

A l'aide de votre calculatrice donner une valeur approchée de la solution à 0.01 près :

Proposition et définition n°5 :

Soit t le taux d'évolution globale sur n années (ou mois, ou semaines ...) d'un produit en %.

Le taux d'évolution moyen t_M en % est le taux d'évolution qu'il devra subir pendant n années pour qu'au final, l'évolution globale soit de $t\%$.

$$(1 + \frac{t_M}{100})^n = 1 + \frac{t}{100}$$

On a le Schéma suivant :

Conséquence : Le taux d'évolution moyen t_M en % est donnée par la formule suivante

$$t_M = \left(\left(1 + \frac{t}{100} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \times 100$$

Exercice n°8 : Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaire de 50% en 3 ans, déterminer son évolution annuelle.

Exercice n°9 : Quelle l'évolution annuelle d'un produit ayant subi une de 20% en 5 ans ?

Séance 5**VI. Indice en base 100**

Je vous déconseille de ne pas apprendre les formules sur les indices car il suffit d'utiliser une proportionnalité.

Activité n°2 : L'objectif est le suivant : voici un tableau présentant la production d'engrais en tonnes d'une entreprise :

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| Production en tonnes | 4230 | 4780 | 3974 | 4992 | 5110 |
| Indices | | | | | |

On aimerait d'un coup d'œil, pouvoir décrire l'évolution de l'entreprise depuis 2010 et comparer avec celle de l'entreprise concurrente suivante :

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| Production en tonnes | 3200 | 3780 | 3250 | 4000 | 4230 |
| Indices | | | | | |

Le principe est le suivant :

On choisit 2010 comme année de référence puis on calcule les indices à l'aide d'un calcul de proportionnalité.

1. Compléter les tableaux.
2. A l'aide des indices et sans calcul, déterminer le taux d'évolution de la production
 - a) entre 2010 et 2013
 - b) entre 2012 et 2014
 - c) Que remarquez-vous ?
3. A l'aide des indices, déterminer le taux d'évolution de la production entre 2013 et 2014.
4. Comparer la production des deux entreprises.

Correction des activités et des exercices

Exercice n° 1 :

a) $65\% \text{ de } 1600 = \frac{65}{100} \times 1600 = 1040.$

Ce lycée compte 1040 filles.

b) 192 élèves en STMG **sur 1600 en tout.**

$$\frac{192}{1600} = 0,12 = 12\%.$$

12% des élèves **du lycée** sont en filière STMG.

c) 136 élèves sont des filles **sur 192 élèves de STMG.**


$$\frac{136}{192} \approx 0,708 = 70,8\%.$$

Environ 70,8% des élèves **de la filière STMG** sont des filles.

d) $70,8\% > 65\%$ donc les filles de la filière STMG sont surreprésentées dans ce lycée.


Exercice n° 2 :

a) 40€ **augmenté de 7%** → 42,80€



$$\times \left(1 + \frac{7}{100} \right)$$

16€ **diminué de 15%** → 13,60€



$$\times \left(1 - \frac{15}{100} \right)$$

Le nouveau prix du survêtement est égal à $\left(1 + \frac{7}{100} \right) \times 40 = 1,07 \times 40 = 42,80\text{€}.$

Le nouveau prix du tee-shirt est égal à $\left(1 - \frac{15}{100} \right) \times 16 = 0,85 \times 16 = 13,60\text{€}.$

Remarque : **1,07** et **0,85** sont appelés les coefficients multiplicateurs.

b) Le nouveau prix du jean est égal à $\left(1 + \frac{5}{100} \right) \times x = 1,05 \times x = 78,75\text{€}$

où x est l'ancien prix cherché.

On a donc :

$$1,05x = 78,75$$

$$x = \frac{78,75}{1,05} = 75$$

L'ancien prix du jean est 75€.

Exercice n° 4 :

a) Il s'agit ici d'une augmentation de $9000 - 6500 = 2500$ habitants **par rapport à l'année 2007.**

$$\frac{9000-6500}{6500} \times 100 = \frac{2500}{6500} \times 100 \approx 38.46$$

Le taux d'évolution de la population est donc égal à d'augmentation 38.46 % .

b) Il s'agit ici d'une diminution **par rapport à la première année.**

$$\frac{-2}{25} \times 100 = -8$$

Le taux d'évolution du montant des importations est donc égal à 8%.

Exercice n° 5 :

Par exemple, si un prix de 40 € subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors on ne retrouve pas le prix de départ de 40€.

En effet, $40 \times 1,1 = 44$ € et $44 \times 0,9 = 39,60$ € !

Exercice n° 6 :

On applique la formule $\left(\frac{1}{1 - \frac{10}{100}} - 1 \right) \times 100 \approx 11,11$ %

Si une action baisse de 10%, elle devra subir une hausse d'environ 11,11% le lendemain pour retrouver sa valeur initiale.

Exercice n° 7 :

a) 1^{ère} méthode :

Au bout d'un an, le gagnant disposera de $10\,000 \times 1,03 = 10\,300$

Au bout de 2 ans, le gagnant disposera de $10\,300 \times 1,03 = 10\,609$

2^{ème} méthode :

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation sur un an est égal à : $1 + \frac{3}{100} = 1,03$.

Le coefficient multiplicateur sur les 2 années est égal à : $1,03^2$

Au bout de 2 ans, le gagnant disposera de $10\,000 \times 1,03^2 = 10\,609$

b) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2014 est égal à :

$$1 - \frac{10}{100} = 0,9.$$

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2015 est égal à :

$$1 + \frac{5}{100} = 1,05.$$

Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à : **$0,9 \times 1,05 = 0,945$** .

Il s'agit d'une diminution : $0,945 - 1 = -0,055$

Le taux d'évolution global sur les deux années est donc égal à 5,5% de diminution.

Exercice n°8 : Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaire de 50% en 3 ans.

$$\left(\left(1 + \frac{50}{100} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right) \times 100 = (1.5^{1/3} - 1) \times 100 \approx 14.47$$

Son évolution annuelle est égale à 14.47 %.

Activité n°2 :

1) En 2014, un lycée comptait 1450 élèves. En 2015, il en comptait 1550.

Si on prend l'année 2014 pour indice 100, quel est l'indice du nombre d'élèves en 2015 ?

2) Le tableau suivant présente les indices de 2012 à 2015 pour le chiffre d'affaire d'une entreprise :

| Année | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|--------|------|------|------|------|
| Indice | 100 | 105 | 116 | 123 |

a) Quel est le taux d'évolution entre 2012 et 2013 ?

b) Même question entre 2013 et 2014.

c) Le chiffre d'affaire de l'entreprise s'élevait à 45 000€ en 2014. Calculer le chiffre d'affaire en 2012, puis en 2015.

1) On présente les données dans un tableau :

| Année | 2014 | 2015 |
|--------|------|------|
| Elèves | 1450 | 1550 |
| Indice | 100 | ? |

$$? = 1550 \times 100 : 1450 = 106,9.$$

L'indice du nombre d'élèves en 2015 est environ égal à 106,9.

2) a) $105 - 100 = 5$ pour un indice de 100 au départ, soit 5% d'augmentation.

b) Il s'agit ici d'une augmentation de $116 - 105 = 11$ par rapport à l'année 2013.

Le taux d'évolution est donc égal à :

$$\frac{11}{105} \approx 0,105 = 10,5\% \text{ d'augmentation.}$$

c) On complète le tableau :

| Année | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-------------------|------|------|-------|------|
| Indice | 100 | 105 | 116 | 123 |
| Chiffre d'affaire | ? | | 45000 | ? |

$$? = 100 \times 45000 : 116 = 38793,10\text{€}$$

Le chiffre d'affaire en 2012 était environ égal à 38793,10€.

$$? = 123 \times 45000 : 116 = 47715,52\text{€}$$

Le chiffre d'affaire en 2015 était environ égal à 47715,52€.