

**Séance 1****I. Rappels sur les proportions****Exercice n°1: Utiliser une proportion, calculer une proportion**

Un lycée de 1600 élèves compte 65% de filles.

192 élèves de ce lycée sont en filière STMG dont 136 sont des filles.

a) Calculer l'effectif des filles dans le lycée.

b) Calculer la proportion, en %, d'élèves en filière STMG dans ce lycée.

c) Calculer la proportion, en %, de filles parmi les élèves de STMG.

d) Les filles de la filière STMG sont-elles sous ou surreprésentées dans ce lycée ?

**II. Evolutions et coefficient multiplicateur****1. coefficient multiplicateur****Exercice n°2 :**

a) - Le prix d'un survêtement est de 40 €. Il augmente de 7 %.

- Le prix d'un tee-shirt est de 16 €. Il diminue de 15 %.

Calculer les nouveaux prix.

b) Après une augmentation de 5 %, le prix d'un jean est de 78,75€.

Calculer l'ancien prix.

**Proposition et définition n°1 :**

Si  $t$  est le taux d'évolution en % de  $V_0$  valeur de départ à  $V_1$  valeur d'arrivée, alors

$$V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) V_0$$

Le nombre  $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$  est appelé coefficient multiplicateur de  $V_0$  à  $V_1$ , noté  $CM$ .

$$CM = \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

**Conséquence :**

On peut déterminer le coefficient directeur à l'aide de  $V_0$  et  $V_1$  :  $CM = \frac{V_1}{V_0}$ .

**Exercice n°3 :** le prix du gasoil est de 1,07 euros. Quelle est son prix après une augmentation de 20% ?

## 2. Taux d'évolution

### Exercice n° 4 : Calculer une évolution

- a) La population d'un village est passée de 6500 à 9000 habitants entre 2007 et 2015.  
 Calculer le taux d'évolution de la population entre 2007 et 2015.
- b) Entre deux années successives, le montant des importations d'un pays est passé de 25 millions à 23 millions d'euros.  
 Calculer le taux d'évolution en % du montant des importations.
- c) Si un prix double, quelle est son taux d'évolution ?

### Proposition n°2 :

- Si une quantité varie d'une valeur initiale  $V_0$  à une valeur finale  $V_1$  alors le taux d'évolution  $t$  en pourcentage de  $V_0$  à  $V_1$  est donné par la formule :
- $$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$$
- Si on connaît  $CM$  de  $V_0$  à  $V_1$  alors  $t = 100(CM - 1)$

## Séance 3

### 3. Taux d'évolution réciproque

#### Exercice n° 5 :

Une hausse de 10% suivie d'une baisse de 10% se compensent-elles ?

**Remarque :** Une hausse de  $t\%$  suivie d'une baisse de  $t\%$  ne se compense pas.

#### Proposition et définition n°3 :

Soit  $t$  le taux d'évolution en pourcentage de  $V_0$  à  $V_1$ .

On considère le coefficient multiplicateur permettant de passer de  $V_1$  à  $V_0$  que l'on note  $CM'$  d'où :

$$CM' = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$

$CM'$  est appelé **coefficient multiplicateur du taux d'évolution réciproque**.

Le taux d'évolution de  $V_1$  à  $V_0$  est appelé taux d'évolution réciproque de  $V_0$  à  $V_1$ , on note  $t'$ :

$$t' = \left( \frac{1}{1 + \frac{t}{100}} - 1 \right) \times 100$$

#### Exercice n°6 :

Si une action baisse de 10%, quelle hausse devra-t-elle subir le lendemain pour retrouver sa valeur initiale ?

### III. Evolutions successives

#### Exercice n° 7 : Déterminer un taux d'évolution global

- a) Un gagnant à un jeu de loterie place la somme de 10 000€ sur un compte rémunéré à 3% par an. De quelle somme disposera-t-il au bout de 2 ans ? (**Faire le calcul de deux façons différentes**)  
 b) Une entreprise constate qu'en 2014, le prix de la matière première utilisée a diminué de 10%. En 2015, ce nouveau prix a augmenté de 5%.  
 Calculer le taux d'évolution global sur les deux années.

**Proposition n°4 :** Si  $t_0$  est le taux d'évolution de  $V_0$  à  $V_1$  et  $t_1$  celui de  $V_1$  à  $V_2$  alors le coefficient multiplicateur de  $V_0$  à  $V_2$  noté  $CMG$  est donné par la formule suivante :

$$CMG = \left( 1 + \frac{t_0}{100} \right) \left( 1 + \frac{t_1}{100} \right) \quad (on \ retient \ les \ coefficients \ multiplicateurs \ se \ multiplient \ entre \ eux, \\ faire \ un \ schéma)$$

$CMG$  est appelé **coefficient multiplicateur global**.

**Conséquence :** le taux d'évolution globale  $t$  en % de  $V_0$  à  $V_2$  est donnée par la formule suivante :

$$t = \left( \left( 1 + \frac{t_0}{100} \right) \left( 1 + \frac{t_1}{100} \right) - 1 \right) \times 100$$

On a le Schéma suivant :

**Généralisation :** Soit  $n$  un entier non nul

Si une quantité subit  $n$  évolutions successives (augmentations ou diminutions) de taux  $t_1, t_2 \dots, t_n$  en pourcentage à partir d'une valeur initiale  $V_1$ , alors la quantité finale  $V_n$ , est donnée par la formule

$$\text{suivante : } V_n = [(1 + \frac{t_1}{100})(1 + \frac{t_2}{100}) \dots (1 + \frac{t_n}{100})] \times V_1$$

$(1 + \frac{t_1}{100})(1 + \frac{t_2}{100}) \dots (1 + \frac{t_n}{100})$  est le **coefficient multiplicateur global**.

**Conséquence :** Le taux d'évolution  $t$  global de  $V_1$  à  $V_n$  est donnée par la formule suivante :

$$t = [(1 + \frac{t_1}{100})(1 + \frac{t_2}{100}) \dots (1 + \frac{t_n}{100}) - 1] \times 100$$

#### Exemple n°1 :

Un article subit une inflation (hausse) annuelle de 2% pendant 10 ans. Quel est son taux d'évolution globale ?

.....

## Séance 4

### IV. Taux d'évolution moyen

#### Activité n°1 : Calculer un taux d'évolution moyen

**Compléter :**

Entre 2012 et 2014, le prix du gaz a augmenté de 25%. On cherche à calculer le taux d'évolution moyen annuel.

On note  $t_M$  le taux d'évolution moyen annuel.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation **sur un an** est égal à :

.....

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation **sur deux ans** (de 2012 à 2014) est égal à :

.....

Or, sur deux années, le prix a augmenté de 25% donc ce coefficient multiplicateur est également égal à

.....

On a donc :  $(1 + \frac{t_M}{100})^2 = 1.25$  , soit :

$t_M = \dots \dots \dots$

Le taux d'évolution moyen annuel est environ égal .....

Soit  $a \geq 0$ , l'équation  $x^2 = a$  a pour solution  
 $x = -\sqrt{a}$  ou  $x = \sqrt{a}$

**Propriété n°1 :** Soit  $a$  un nombre strictement positif,  $n$  un entier naturel non nul.

L'équation  $x^n = a$  d'inconnue  $x$  admet une unique solution notée  $x = a^{\frac{1}{n}}$  ( puissance  $\frac{1}{n}$ )

Remarque :  $a^{\frac{1}{n}}$  est appelé la **racine  $n$ -ième** de  $a$ .

On peut également noté  $\sqrt[n]{a}$ .

**Exemple n°2 :**  $x^5 = 5$  équivaut à ..... ( à la calculatrice, on utilisera la  $\wedge$  ou  $x^y$ )

A l'aide de votre calculatrice donner une valeur approchée de la solution à 0.01 près : .....

#### Proposition et définition n°5 :

Soit  $t$  le taux d'évolution globale sur  $n$  années (ou mois, ou semaines ...) d'un produit en %.

**Le taux d'évolution moyen  $t_M$  en %** est le taux d'évolution qu'il devra subir pendant  $n$  années pour qu'au final, l'évolution globale soit de  $t\%$ .

$$(1 + \frac{t_M}{100})^n = 1 + \frac{t}{100}$$

On a le Schéma suivant :

**Conséquence : Le taux d'évolution moyen  $t_M$  en % est donnée par la formule suivante**

$$t_M = \left( \left( 1 + \frac{t}{100} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \times 100$$

**Exercice n°8 :** Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaire de 50% en 3 ans, déterminer son évolution annuelle.

**Exercice n°9 :** Quelle l'évolution annuelle d'un produit ayant subi une de 20% en 5 ans ?

## Séance 5

### **VI. Indice en base 100**

Je vous déconseille de ne pas apprendre les formules sur les indices car il suffit d'utiliser une proportionnalité.

**Activité n°2 :** L'objectif est le suivant : voici un tableau présentant la production d'engrais en tonnes d'une entreprise :

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Production en tonnes	4230	4780	3974	4992	5110
Indices					

On aimeraient d'un coup d'œil, pouvoir décrire l'évolution de l'entreprise depuis 2010 et comparer avec celle de l'entreprise concurrente suivante :

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Production en tonnes	3200	3780	3250	4000	4230
Indices					

Le principe est le suivant :

**On choisit 2010 comme année de référence puis on calcule les indices à l'aide d'un calcul de proportionnalité.**

1. Compléter les tableaux.
2. A l'aide des indices et sans calcul, déterminer le taux d'évolution de la production
  - a) entre 2010 et 2013
  - b) entre 2012 et 2014
  - c) Que remarquez-vous ?
3. A l'aide des indices, déterminer le taux d'évolution de la production entre 2013 et 2014.
4. Comparer la production des deux entreprises.

## Correction des activités et des exercices

### Exercice n° 1 :

a)  $65\% \text{ de } 1600 = \frac{65}{100} \cdot 1600 = 1040.$

Ce lycée compte 1040 filles.

b) 192 élèves en STMG **sur 1600** en tout.

$$\frac{192}{1600} = 0,12 = 12\%.$$

12% des élèves **du lycée** sont en filière STMG.

c) 136 élèves sont des filles **sur 192 élèves de STMG**.

$$\frac{136}{192} \gg 0,708 = 70,8\%.$$

Environ 70,8% des élèves **de la filière STMG** sont des filles.

d)  $70,8\% > 65\%$  donc les filles de la filière STMG sont surreprésentées dans ce lycée.

### Exercice n° 2 :

a)  $40\text{€ augmenté de } 7\% \rightarrow 42,80\text{€}$

$$x \left(1 + \frac{7}{100}\right)$$

$16\text{€ diminué de } 15\% \rightarrow 13,60\text{€}$

$$x \left(1 - \frac{15}{100}\right)$$

Le nouveau prix du survêtement est égal à  $\left(1 + \frac{7}{100}\right) \times 40 = 1,07 \times 40 = 42,80\text{€}.$

Le nouveau prix du tee-shirt est égal à  $\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 16 = 0,85 \times 16 = 13,60\text{€}.$

Remarque : 1,07 et 0,85 sont appelés les coefficients multiplicateurs.

b) Le nouveau prix du jean est égal à  $\left(1 + \frac{5}{100}\right) \times x = 1,05 \times x = 78,75\text{€}$

où  $x$  est l'ancien prix cherché.

On a donc :

$$1,05x = 78,75$$

$$x = \frac{78,75}{1,05} = 75$$

L'ancien prix du jean est 75€.

**Exercice n° 4 :**

a) Il s'agit ici d'une augmentation de  $9000 - 6500 = 2500$  habitants **par rapport à l'année 2007.**

$$\frac{9000 - 6500}{6500} \times 100 = \frac{2500}{6500} \times 100 \approx 38.46$$

Le taux d'évolution de la population est donc égal à d'augmentation 38.46 % .

b) Il s'agit ici d'une diminution **par rapport à la première année.**

$$\frac{-2}{25} \times 100 = -8$$

Le taux d'évolution du montant des importations est donc égal à 8%.

**Exercice n° 5 :**

Par exemple, si un prix de 40 € subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors on ne retrouve pas le prix de départ de 40€.

En effet,  $40 \times 1,1 = 44$  € et  $44 \times 0,9 = 39,60$  € !

**Exercice n° 6 :**

On applique la formule  $\left( \frac{1}{1 - \frac{10}{100}} - 1 \right) \times 100 \approx 11,11\%$

Si une action baisse de 10%, elle devra subir une hausse d'environ 11,11% le lendemain pour retrouver sa valeur initiale.

**Exercice n° 7 :**

a) 1éme méthode :

Au bout d'un an, le gagnant disposera de  $10\,000 \times 1,03 = 10\,300$

Au bout de 2 ans, le gagnant disposera de  $10\,300 \times 1,03 = 10\,609$

2éme méthode :

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation sur un an est égal à :  $1 + \frac{3}{100} = 1,03$ .

Le coefficient multiplicateur sur les 2 années est égal à :  $1,03^2$

Au bout de 2 ans, le gagnant disposera de  $10\,000 \times 1,03^2 = 10\,609$

b) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2014 est égal à :

$$1 - \frac{10}{100} = 0,9.$$

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2015 est égal à :

$$1 + \frac{5}{100} = 1,05.$$

Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à :  $0,9 \times 1,05 = 0,945$ .

Il s'agit d'une diminution :  $0,945 - 1 = -0,055$

Le taux d'évolution global sur les deux années est donc égal à 5,5% de diminution.

**Exercice n°8 :** Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaire de 50% en 3 ans.

$$\left( \left( 1 + \frac{50}{100} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right) \times 100 = (1.5^{1/3} - 1) \times 100 \approx 14.47$$

Son évolution annuelle est égale à 14.47 %.

### **Activité n°2 :**

1) En 2014, un lycée comptait 1450 élèves. En 2015, il en comptait 1550.

Si on prend l'année 2014 pour indice 100, quel est l'indice du nombre d'élèves en 2015 ?

2) Le tableau suivant présente les indices de 2012 à 2015 pour le chiffre d'affaire d'une entreprise :

Année	2012	2013	2014	2015
Indice	100	105	116	123

a) Quel est le taux d'évolution entre 2012 et 2013 ?

b) Même question entre 2013 et 2014.

c) Le chiffre d'affaire de l'entreprise s'élevait à 45 000€ en 2014. Calculer le chiffre d'affaire en 2012, puis en 2015.

1) On présente les données dans un tableau :

Année	2014	2015
Elèves	1450	1550
Indice	100	?

$$? = 1550 \times 100 : 1450 = 106,9.$$

L'indice du nombre d'élèves en 2015 est environ égal à 106,9.

2) a)  $105 - 100 = 5$  pour un indice de 100 au départ, soit 5% d'augmentation.

b) Il s'agit ici d'une augmentation de  $116 - 105 = 11$  par rapport à l'année 2013.

Le taux d'évolution est donc égal à :

$$\frac{11}{105} \approx 0,105 = 10,5\% \text{ d'augmentation.}$$

c) On complète le tableau :

Année	2012	2013	2014	2015
Indice	100	105	116	123
Chiffre d'affaire	?		45000	?

$$? = 100 \times 45000 : 116 = 38793,10\text{€}$$

Le chiffre d'affaire en 2012 était environ égal à 38793,10€.

$$? = 123 \times 45000 : 116 = 47715,52\text{€}$$

Le chiffre d'affaire en 2015 était environ égal à 47715,52€.