

Devoir Maison sur les nombres premiers

Exercice 1 (8 points)

1. Donner la définition d'un nombre premier.
2. Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres suivants :
 - a. 928
 - b. 324
 - c. 725
 - d. 240
3. Rendre les fractions suivantes irréductibles :
 - a. $\frac{928}{725}$
 - b. $\frac{240}{928}$
 - c. $\frac{240}{324}$

Exercice 2 (3 points)

Voici les nombres A et B :

$$A = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \qquad B = 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 11$$

IL NE FAUT **PAS** CALCULER LES NOMBRES A ET B NI CALCULER DE DIVISION.

La justification doit se faire uniquement avec la décomposition en produits de facteurs premiers.

1. Peut-on diviser A et B par 5 ? Pourquoi ?
2. Peut-on diviser A et B par 10 ? Pourquoi ?
3. Expliquer pourquoi on ne peut pas diviser A et B par 22.

Exercice 3 (9 points)

On considère un nombre composé de 5 chiffres : $4\bullet78\Box$

On sait qu'il est divisible par 3, par 5 et par 7. Le but de l'exercice est de trouver les deux possibilités qui correspondent à ces critères.

1. Expliquer pourquoi les seules possibilités pour le chiffre \Box sont 0 et 5.
2. Dans cette partie de l'exercice, on va supposer que \Box vaut 0, le nombre est donc $4\bullet780$.
 - a. En utilisant le critère de divisibilité par 3, dire quelles sont les différentes possibilités pour le chiffre \bullet .
 - b. Parmi les trois possibilités trouvées à la question 2.a, tester la divisibilité par 7.
3. Dans cette partie de l'exercice, on va cette fois supposer que \Box vaut 5, le nombre est donc $4\bullet785$.
 - a. En utilisant le critère de divisibilité par 3, dire quelles sont les différentes possibilités pour le chiffre \bullet .
 - b. Parmi les quatre possibilités trouvées à la question 3.a, tester la divisibilité par 7.
4. Quelles sont donc les deux seules possibilités qui permettent que le nombre $4\bullet78\Box$ soit divisible par 3, par 5 et par 7 ?