

## Chapitre 3

### Nombres premiers

#### I. Nombres premiers

##### Définition

Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

##### Exemples

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

→ Exercices 25, 27 et 29p135

#### II. Décomposition en facteurs premiers

##### Propriété (admise)

Un nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose de manière unique en produit de facteurs premiers. Seul l'ordre peut changer.

##### Exemples

On va faire la décomposition en produits de facteurs premiers de 120 selon deux méthodes différentes.

- Méthode 1 :

$$120 = 4 \times 30 = 2 \times 2 \times 3 \times 10 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5$$

On peut donc décomposer 120 comme suit :  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

- Méthode 2 :

On va tester les nombres premiers dans l'ordre croissant et voir s'ils divisent 120.

$$120 \div 2 = 60$$

$$60 \div 2 = 30$$

$$30 \div 2 = 15$$

On ne peut pas diviser 15 par 2, donc on passe au nombre premier suivant : 3

$$15 \div 3 = 5$$

On ne peut pas diviser 5 par 3, donc on passe au nombre premier suivant : 5

$$5 \div 5 = 1$$

On s'arrête lorsque l'on arrive à 1.

On peut donc décomposer 120 comme suit :  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

→ Exercices 41, 45, 46, 47p136

#### III. Simplification de fractions

##### Définition

Une fraction est dite irréductible si le numérateur et le dénominateur n'ont pas d'autre diviseur en commun que 1.

### Exemples

- Le but est de rendre la fraction  $\frac{180}{54}$  irréductible.

Pour cela, on va d'abord décomposer en produits de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur :

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \text{ et } 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\frac{180}{54} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

10 et 3 n'ont pas de diviseur en commun autre que 1, donc cette fraction est irréductible.

- Le but est de rendre la fraction  $\frac{286}{308}$

Pour cela, on va d'abord décomposer en produits de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur :

$$286 = 2 \times 11 \times 13 \text{ et } 308 = 2 \times 2 \times 7 \times 11$$

$$\frac{286}{308} = \frac{2 \times 11 \times 13}{2 \times 2 \times 7 \times 11} = \frac{13}{2 \times 7} = \frac{13}{14}$$

13 et 14 n'ont pas de diviseur en commun autre que 1, donc cette fraction est irréductible.

→ Exercices 57, 58, 59, 60p137