CORRIGÉ DST N°1

Exercice 1 : Voir Annexe

Exercice 2

Soit $f(x) = (x-3)^2 - (3x-2)^2$ $D_f = \mathbb{R}$

1) a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$f(x) = (x-3)^2 - (3x-2)^2 = x^2 - 6x + 9 - (9x^2 - 12x + 4) = \underline{-8x^2 + 6x + 5}$

Forme développée

b) Forme canonique : $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-6}{-16} = \dfrac{3}{8}$ $a = -8$

$\beta = f(\alpha) = -8 \times \left(\dfrac{3}{8}\right)^2 + 6 \times \dfrac{3}{8} + 5 = -\dfrac{9}{8} + \dfrac{18}{8} + \dfrac{40}{8} = \dfrac{49}{8}$

$$\boxed{f(x) = -8\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 + \frac{49}{8} = -8\left[\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 - \frac{49}{64}\right]}$$

c) Forme factorisée :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = (x-3)^2 - (3x-2)^2 = (x - 3 + 3x - 2)(x - 3 - 3x + 2)$

$= \underline{(4x-5)(-2x-1)}$

2) a) $f(x) = -8x^2 + 6x + 5$ $\underline{f(0) = 5}$

$f(x) = -8x^2 + 6x + 5$ $f(0{,}5) = -8 \times 0{,}25 + 6 \times 0{,}5 + 5 = 6$

$\underline{f(0{,}5) = 6}$

$f(x) = -8\left(x - \dfrac{3}{8}\right)^2 + \dfrac{49}{8}$ $f\left(\dfrac{3}{4}\right) = 0 + \dfrac{49}{8}$ $f\left(\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{49}{8}$

$f(x) = -8x^2 + 6x + 5$; $f(1+\sqrt{2}) = -8(1+\sqrt{2})^2 + 6(1+\sqrt{2}) + 5 = -8(1 + 2\sqrt{2} + 2) + 6 + 6\sqrt{2} + 5$

$= -24 - 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 11 = -10\sqrt{2} - 13$

$\underline{f(1+\sqrt{2}) = -10\sqrt{2} - 13}$

b) L'extremum de f est $\beta = \dfrac{49}{8}$ atteint lorsque $x = \dfrac{3}{8}$

c) On résout dans $\mathbb{R}$: $f(x) = 0 \iff (4x-5)(-2x-1) = 0 \iff x = \dfrac{5}{4}$ ou $x = -\dfrac{1}{2}$

$$\boxed{S = \left\{\frac{5}{4} ; -\frac{1}{2}\right\}}$$

Exercice 3

1) On résout dans $\mathbb{R}$:

$\dfrac{3}{2}x + 7 = -\dfrac{5}{3}x - \dfrac{3}{5} \iff \dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{3}x = -\dfrac{3}{5} - 7 \iff \dfrac{9x + 10x}{6} = \dfrac{-3 - 35}{5}$

$\iff \dfrac{19x}{6} = -\dfrac{38}{5} \iff x = -\dfrac{38}{5} \times \dfrac{6}{19} = -\dfrac{2 \times 19 \times 6}{5 \times 19} = -\dfrac{12}{5}$

$$\boxed{S = \left\{-\frac{12}{5}\right\}}$$

2) On résout dans $\mathbb{R}$:

$x^2 - 9 + 4(x+3) = 0 \iff (x+3)(x-3) + 4(x+3) = 0 \iff (x+3)(x - 3 + 4) = 0$

$\iff (x+3)(x+1) = 0 \iff x = -3$ ou $x = -1$

$$\boxed{S = \{-3 ; -1\}}$$

3) On résout dans $\mathbb{R}$:

$2(x+1)^2 - x^2 + 1 = 0 \iff 2(x+1)^2 - (x^2 - 1) = 0 \iff 2(x+1)^2 - (x+1)(x-1) = 0$

$\iff (x+1)\left(2(x+1) - (x-1)\right) = 0 \iff (x+1)(x+3) = 0 \iff x = -1$ ou $x = -3$

$$\boxed{S = \{-1 ; -3\}}$$

4) On résout dans $\mathbb{R}$:

$7x^2 - 28x + 28 = 0 \iff 7(x^2 - 4x + 4) = 0 \iff 7(x-2)^2 = 0 \iff x = 2$

$$\boxed{S = \{2\}}$$

5) On résout dans $\mathbb{R}$:

$5x^2 - 2x - 1 = 0$

$5x^2 - 2x - 1$ est un trinôme $a = 5$ $b = -2$ $c = -1$

Son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4\times 5 = 24 = 6\times 4$

$\Delta > 0$ le trinôme a 2 racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2+\sqrt{6\times 4}}{10} = \frac{2+2\sqrt{6}}{10} = \frac{1+\sqrt{6}}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2-2\sqrt{6}}{10} = \frac{1-\sqrt{6}}{5}$$

$$5x^2 - 2x - 1 = 0 \iff 5\left(x - \frac{1+\sqrt{6}}{5}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{6}}{5}\right) = 0$$

$$\iff x = \frac{1+\sqrt{6}}{5} \text{ ou } x = \frac{1-\sqrt{6}}{5}$$

$$\boxed{S = \left\{\frac{1+\sqrt{6}}{5} ; \frac{1-\sqrt{6}}{5}\right\}}$$

Exercice 4

$f(x) = ax^2 + bx + c$

on sait que $a > 0$ donc la parabole représentant f est tournée vers le haut $\Rightarrow$ c) ne convient pas

De plus $c < 0$: la parabole coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée négative : seule d) convient

Nom : ………………… Prénom : ……………………………… Classe : ………

Annexe a rendre avec la copie.

Fonction	Valeur de a	Valeur de c	Coordonnées du sommet	Signe du discriminant Δ	Valeurs éventuelles des racines	Forme canonique	Forme factorisée	Forme développée
f	$+1$	7	$(-2;3)$	négatif	/	$(x+2)^2+3$	/	x^2+4x+7
g	$+1$	4	$(2;0)$	nul	2	$(x-2)^2$	$(x-2)^2$	x^2-4x+4
h	$+1$	0	$(-2;-4)$	positif	-4 et 0	$(x+2)^2-4$	$x(x+4)$	x^2+4x
i	-1	3	$(1;4)$	positif	-1 et 3	$-(x-1)^2+4$	$-(x+1)(x-3)$	$-x^2+2x+3$
j	-1	-2	$(-1;-1)$	négatif	/	$-(x+1)^2-1$	/	$-x^2-2x-2$