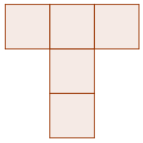
Sujets proposés pour l'atelier Math en Jeans
du Lycée Blaise Pascal à Orsay
Année 2012-2013

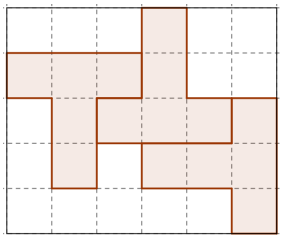
Sujet 1 : les pentaminos T

On considère une grille rectangulaire constituée de $m \times n$ carrés (où m et n sont deux naturels). Utilisons, pour la remplir, exclusivement le pentamino en forme de "T", représenté ci-contre.



1) Jouer en solitaire :
   peut-on remplir complètement la grille avec des pentaminos en forme de "T" ?

2) Jouer à deux :
   chacun à son tour, on dispose un pentamino sur la grille. Le gagnant est le dernier à poser une pièce.
   Existe-t-il une stratégie gagnante ?



Une grille 6×5

Sujet 2 : le serpent qui se mord la queue

Le jeu du serpent se joue à deux joueurs. Chaque joueur possède un serpent de couleurs différentes (rouge et bleu) qui avancent à la même vitesse dans un pavé de taille fini et dont la longueur de la queue croît à chaque déplacement. À chaque instant, le joueur peut décider que son serpent tourne à droite, tourne à gauche ou bien continue sur sa lancée. Le joueur dont le serpent rencontre un mur ou l'une des queues a perdu.

Peut-on trouver une stratégie aléatoire meilleure que les autres ?

Est-ce que cette stratégie peut faire perdre un joueur humain ?

Sujet 3 : les feux de l'amour

Annabelle, Bernard, Coralie et Didier se situent chacun à un sommet d'un carré (ABCD). Comme tout bon feuilleton américain, Annabelle aime Bernard qui n'a d'yeux que pour Coralie qui se languit pour Didier qui ne pense qu'à Annabelle. À un instant donné, ils décident, tous en même temps, de se diriger vers l'être qu'ils aiment.

En admettant qu'aucun obstacle ne se trouve à l'intérieur du carré, vont-ils se rencontrer ?

Si oui, quelle sera la trajectoire de chacun ?

La série marchant tellement bien, la production augmente le nombre de personnages (avec toujours la même idée). Que deviennent les trajectoires ?

Et si on en faisait une télé-réalité en mettant des obstacles sur les trajectoires ?

Sujet 4 : une histoire de couturière

Élise joue avec le matériel de couture de sa grand-mère.
1. Son jeu consiste à jeter un bouton parfaitement circulaire sur un damier : elle gagne si le bouton ne touche pas les bords des cases.
Quelle est la probabilité de succès associée à chaque lancer ?
2. Élise renouvelle l'expérience en remplaçant le bouton par une aiguille. Elle gagne alors si l'aiguille ne touche aucune des lignes horizontales du damier.
Quelle est la probabilité de gagner avec cette nouvelle règle du jeu ?
3. On pourra ensuite s'intéresser à plusieurs variantes du jeu d'Élise :
– que se passe-t-il si la fillette lance ces objets sur un quadrillage de forme différente (losanges, rectangles…) ?
– Élise lance deux fois le bouton ou l'aiguille. Quelle est la probabilité qu'elle ne touche les bordures du pavage lors d'aucun des deux lancers ?

Sujet 5 : l'ivrogne

Le patron d'un bar new-yorkais jette dehors un homme ayant trop bu avant d'appeler le SAMU social. En admettant que les rues de New-York sont perpendiculaires et infinies et en supposant que notre ivrogne se dirige vers une intersection voisine choisie aléatoirement par lui en une minute, où le SAMU, qui arrive 30 minutes après, a-t-il le plus de chances de trouver l'ivrogne ?

Comment optimiser la recherche des personnes du SAMU (suivant leur nombre), d'abord en supposant qu'ils ne voient pas plus loin qu'une intersection, puis sur toute la ligne ?

Augmente-t-on leurs chances de réussite s'ils arrivent à communiquer entre eux ?

Que se passe-t-il si nous nous trouvons dans des rues plus chaotiques comme celles de Paris ?

Sujet 6 : pandémie

Une maladie se répand dans le monde.

À chaque instant, il advient, dans l'ordre, pour chaque malade :

1. un malade peut contaminer chaque personne de son entourage avec probabilité p_c ;

2. un malade peut guérir tout seul avec probabilité p_g ;

3. s'il n'est pas guéri, un malade peut mourir avec probabilité p_m.

Suivant les différentes valeurs de p_c , p_g et p_m, que va-t-il se passer si les services publiques de santé ne font rien ?

Le gouvernement décide d'agir ; il a deux possibilités :

1. vacciner une partie de la population.

2. isoler la population en petits groupes.

Suivant différents critères (coût, pertes humaines...), discuter de la qualité de ces méthodes.