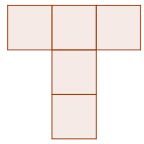
Sujets proposés pour l'atelier Math en Jeans

du Lycée Blaise Pascal à Orsay

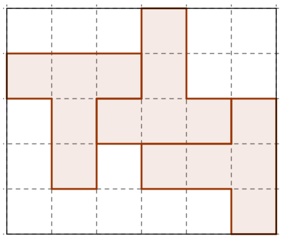
Année 2011-2012

Sujet 1 : les pentaminos T

On considère une grille rectangulaire constituée de $m \times n$ carrés.
Utilisons, pour la remplir, exclusivement le pentamino en forme de "T", représenté ci-contre.



1) Jouer en solitaire :
   peut-on remplir complètement la grille avec des pentaminos en forme de "T" ?
2) Jouer à deux :
   chacun à son tour, on dispose un pentamino sur la grille. Le gagnant est le dernier à poser une pièce. Existe-t-il une stratégie gagnante ?



Une grille 6×5

Sujet 2 : les détecteurs d'incendie

Dans un bâtiment, un détecteur d'incendie s'active dès qu'il y a de la fumée, soit dans la pièce où il est installé, soit dans une pièce avec laquelle la première communique directement.
Suivant la configuration du bâtiment, combien faut-il placer *au minimum* de détecteurs pour être sûr de pouvoir ainsi déceler un incendie dans n'importe quelle pièce, avant qu'il ne s'étende ?
Comment faire si l'on souhaite que les déclenchements permettent de savoir, à distance, toujours exactement dans quelle pièce le feu a pris ?

Sujet 3 : au marché

Un paysan doit livrer sa récolte de blé (90 sacs) au marché de la ville voisine, distante de 50 kilomètres. Pour cela, il fait appel à un charretier. La charrette de celui-ci peut transporter 50 sacs. Le charretier demande comme salaire un sac de blé pour chaque kilomètre parcouru à l'aller ! Heureusement, il ne demande rien pour le trajet retour.
Combien le paysan va-t-il pouvoir apporter de sacs au marché ?
Que se passe-t-il si plusieurs paysans se regroupent (c'est à dire si le nombre de sacs augmente) ? Que se passe-t-il si le charretier décide de se faire payer à l'hectomètre parcouru, ou bien s'il décide maintenant de faire payer le déchargement des sacs ?

Sujet 4 : une histoire de couturière

Élise joue avec le matériel de couture de sa grand-mère.
1. Son jeu consiste à jeter un bouton parfaitement circulaire sur un damier : elle gagne si le bouton ne touche pas les bords des cases.
Quelle est la probabilité de succès associée à chaque lancer ?
2. Élise renouvelle l'expérience en remplaçant le bouton par une aiguille. Elle gagne alors si l'aiguille ne touche aucune des lignes horizontales du damier.
Quelle est la probabilité de gagner avec cette nouvelle règle du jeu ?
3. On pourra ensuite s'intéresser à plusieurs variantes du jeu d'Élise :
– que se passe-t-il si la fillette lance ces objets sur un quadrillage de forme différente (losanges, rectangles…) ?
– Élise lance deux fois le bouton ou l'aiguille. Quelle est la probabilité qu'elle ne touche les bordures du pavage lors d'aucun des deux lancers ?

Sujet 5 : la clé du mystère

Dans un commissariat, les $n \geq 3$ inspecteurs n'ont pas tellement confiance entre eux. Ainsi, la salle des pièces à conviction est fermée par plusieurs serrures de telle sorte que :
– 3 inspecteurs quelconques ou plus peuvent ouvrir la salle ;
– mais 2 quelconques ou moins ne peuvent jamais l'ouvrir.
Combien faut-il de serrures au minimum ?
Généraliser pour un nombre minimal $m \leq n$ d'inspecteurs.
Un commissaire vient d'être muté dans le commissariat. La règle reste la même pour les inspecteurs mais le commissaire doit pouvoir ouvrir la pièce si l'un des inspecteurs est avec lui mais pas s'il est tout seul. Combien doit-on poser au minimum de serrures ?

Sujet 6 : le mégacavalier

Le mégacavalier est un pion qui se déplace sur un quadrillage noir et blanc de la façon suivante :
1. il choisit une direction (Nord, Sud, Est ou Ouest) et avance de n cases ;
2. il se déplace ensuite perpendiculairement à la première direction et avance de m cases (par exemple, le cavalier des échecs est un mégacavalier avec $n = 2$ et $m = 1$).
Est-il possible de colorier le damier pour que le mégacavalier change toujours de couleurs de case ?

Sujet 7 : la roue de l'infortune

Nous avons une roue avec n boules numérotées de 1 à n. On enlève la balle 1 puis la balle 3, ensuite la 5 et ainsi de suite, on retire une boule sur deux et nous faisons autant de tours que nécessaire jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une seule boule.
Peut-on trouver quel est le numéro de cette boule ?

Sujet 8 : les nombres malheureux

L'entier 2012 est un nombre heureux car il existe deux entiers strictement positifs dont la somme vaut 2012 et dont le produit est divisible par 2012.
Le nombre 13 en revanche est malheureux ; mais est-il tout seul ? Si oui, pourquoi et, si non, peut-on trouver une caractéristique des nombres malheureux.