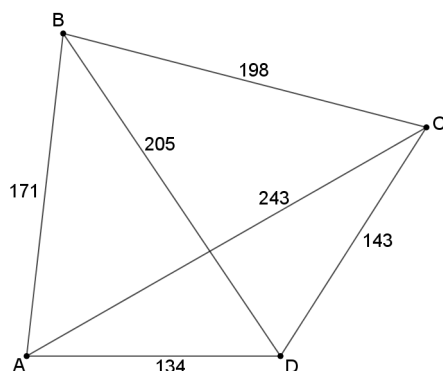
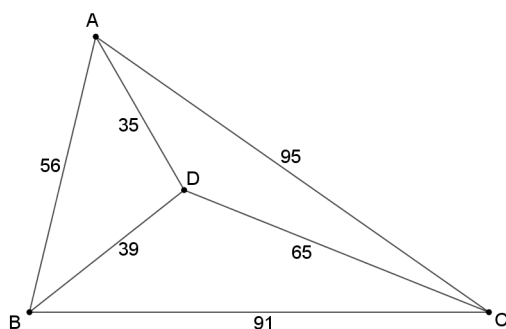


Sujets 2018-2019

Atelier Maths en Jeans du Lycée B. Pascal, Orsay

1 Quadrilatères entiers

Une partie du plan euclidien constituée par quatre points distincts A , B , C et D est dite *entière* lorsque les six distances mutuelles AB , AC , AD , BC , BD et CD sont des nombres entiers. Voici deux exemples (parmi tant d'autres!) :



Voici une liste (non exhaustive...) de questions que l'on peut se poser :

– Si A , B et C sont trois points alignés et deux-à-deux distincts, avec AB , AC et BC entiers, peut-on toujours trouver un point D n'appartenant pas à la droite (AB) tel que la partie $\{A, B, C, D\}$ soit *entière* ?

– Comment produire (s'il en existe!), des quadrilatères $ABCD$ *entiers* particuliers : carrés, rectangles, quadrilatères non rectangles inscriptibles dans un cercle, parallélogrammes non rectangles, trapèzes non parallélogrammes, etc. ?

– À l'opposé, comment générer des configurations *entières* « quelconques » comme celles ci-dessus ?

2 Des pommes, des poires

Un paysan exploite un verger de forme triangulaire (ses côtés font respectivement 70, 60 et 50 mètres) planté de pommiers et bordé de poiriers régulièrement espacés.

- 1) Au moment de prendre sa retraite, il souhaite le partager entre ses deux enfants. Pouvez-vous l'aider ?
- 2) Et s'il a trois enfants pouvez-vous encore l'aider ?
- 3) Que faire si le verger a une forme plus compliquée ?

3 Des petits carrés

- On se propose de mesurer l'aire (la surface) d'une figure dans le plan par l'algorithme suivant :
- On place à l'intérieur le plus grand carré possible (qui soit contenu dans la figure de départ). On note son aire.
 - On place à l'intérieur de la figure restante (dont on a ôté ce carré) à nouveau le plus grand carré possible. On additionne son aire à celle du carré précédent.
 - On recommence.

L'algorithme donne-t-il une bonne approximation (après un grand nombre d'opérations) de l'aire de la figure initiale? Que se passe-t-il si on prend des triangles au lieu de carrés? Et pour des disques?

4 Jetons dans tableau

Soit ABCD un tableau rectangulaire dans lequel $AB = 20$ et $BC = 12$. Ce tableau est subdivisé en 20×12 carrés unités. On se donne un entier strictement positif r . Un jeton peut se déplacer d'un carré à un autre si et seulement si la distance entre les centres de ces deux carrés est exactement égale à \sqrt{r} . Est-il possible d'imaginer une suite de déplacements menant du carré de sommet A à celui de sommet B?

5 Le championnat

La ligue de football de l'Essonne a décidé cette année de lutter contre le réchauffement climatique. Le championnat "Jeunes" regroupe 30 équipes réparties en 5 poules de 6. Plutôt que de tirer les poules au hasard, on cherche à les construire de manière à minimiser la distance totale des trajets pour les rencontres. Pouvez-vous aider les responsables qui ne savent pas trop comment les poules?

6 Dames Chinoises

Deux adversaires s'opposent dans un jeu simplifié de dames chinoises. Chacun possède quatre pions disposés comme sur la figure.

A	B			1	3
C	D			2	4

Chacun leur tour, les joueurs choisissent de sauter leur tour ou de jouer un pion, soit en l'avancant d'une case adjacente (gauche, droite, bas, haut), soit en sautant par dessus un pion (allié ou adverse) à condition que la case de derrière soit vide. L'objectif est d'emmener tous ses pions dans la zone opposée à celle de départ. Vous avez les lettres et votre adversaire les chiffres.

À la première partie, votre adversaire joue de la façon suivante : il commence par avancer le pion 1, puis le pion 2, le 3, le 4 et à nouveau le 1 et ainsi de suite. S'il n'y a pas de pion devant lui, il avance simplement. S'il y a un seul pion, il le saute. S'il y a deux pions, il joue le suivant et continue le cycle. Enfin, si tous les pions sont bloqués, il décide de ne pas jouer.

Proposer une stratégie optimale pour le battre.

À la deuxième partie, votre adversaire s'aperçoit qu'il est plus rentable de commencer son cycle par le pion 3. Pouvez-vous le battre?

Que se passe-t-il si le joueur garde la même stratégie mais en choisissant au hasard, à chaque étape, le pion parmi les pions pouvant avancer?

Existe-t-il une stratégie optimale en toute circonstance? Une stratégie pire que toutes les autres? Que se passe-t-il si vous jouez à deux sur un vrai plateau de dames chinoises? Et à six joueurs? En supposant que chacun joue pour soi? En supposant que les autres joueurs se liguent contre vous?