# Les feux de l'Amour

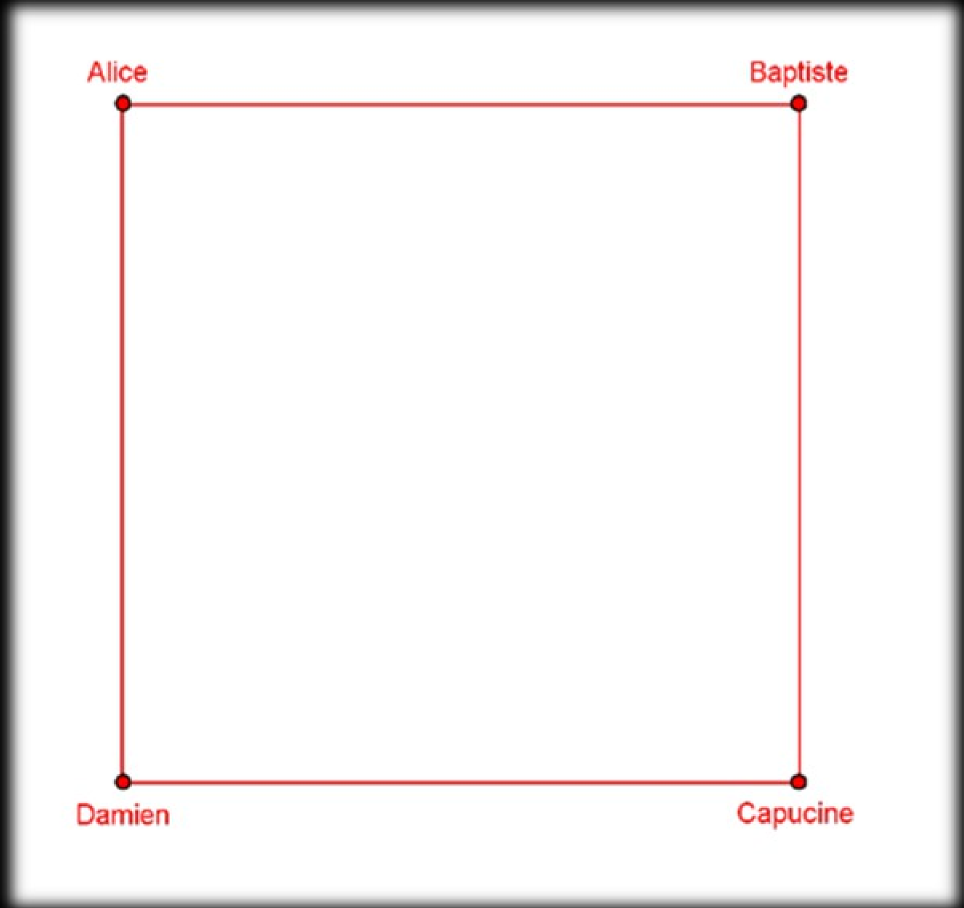

Élise Gabilly
Irina Barsuk
Marie Kalouguine
Nawel Missenard
Mathieu Obis

# I) Présentation du sujet

Alice, Baptiste, Capucine et Damien

Chacun est à une extrémité d'un même carré

Chacun est amoureux de la personne d'après, sans que cela soit réciproque



# Plan

I) Présentation

II) Carrés

Le pas proportionnel

Le pas fixe

III) Quadrilatères quelconques

IV) Autres pistes

Anticipation d'un mouvement

Variation du nombre de participants

# II) Carré
# Pas proportionnel

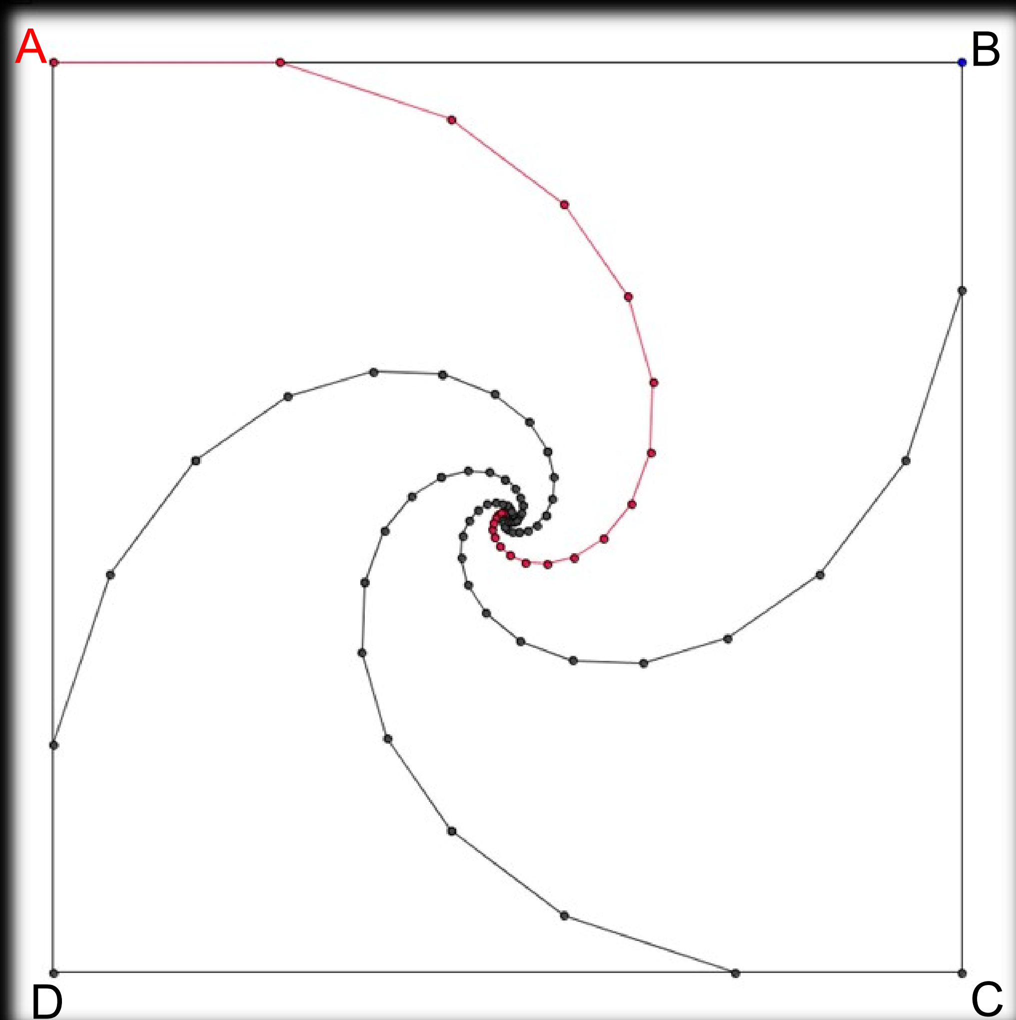



Figure avec un pas proportionnel

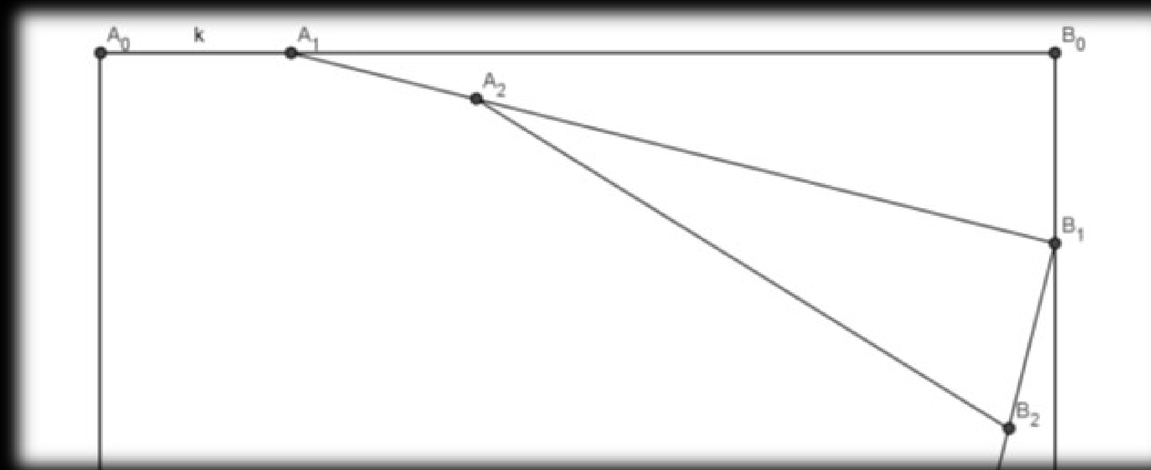
# Formule de la position

## Coordonnées des points par rapport au placement précédent

$$\overrightarrow{A_0 A_1} = k \times \overrightarrow{A_0 B_0}$$

$$\overrightarrow{A_1 A_2} = k \times \overrightarrow{A_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{A_n A_{n+1}} = k \times \overrightarrow{A_n B_n}$$

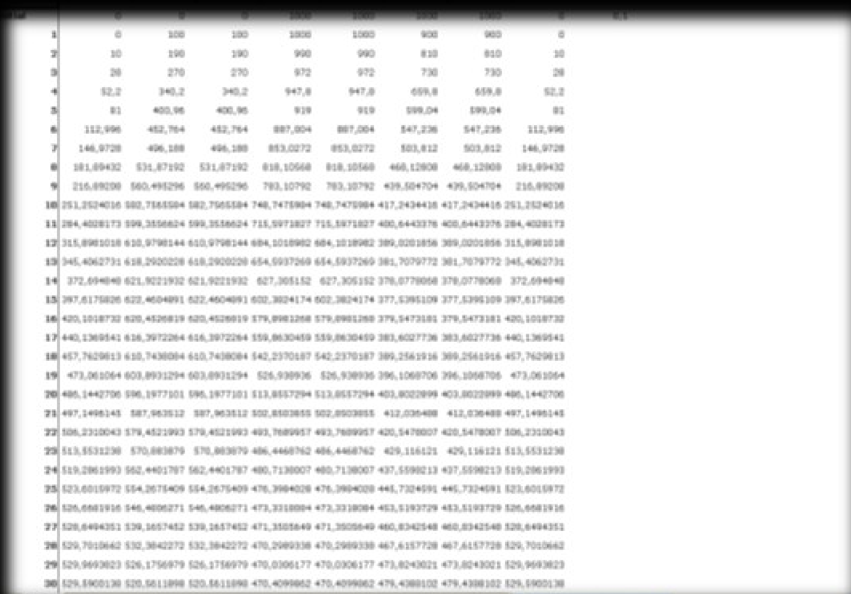



En passant aux coordonnées on obtient :

$$\begin{cases} x_{A_{n+1}} = k \times x_{\overrightarrow{A_n B_n}} + x_{A_n} \\ y_{A_{n+1}} = k \times y_{\overrightarrow{A_n B_n}} + y_{A_n} \end{cases}$$

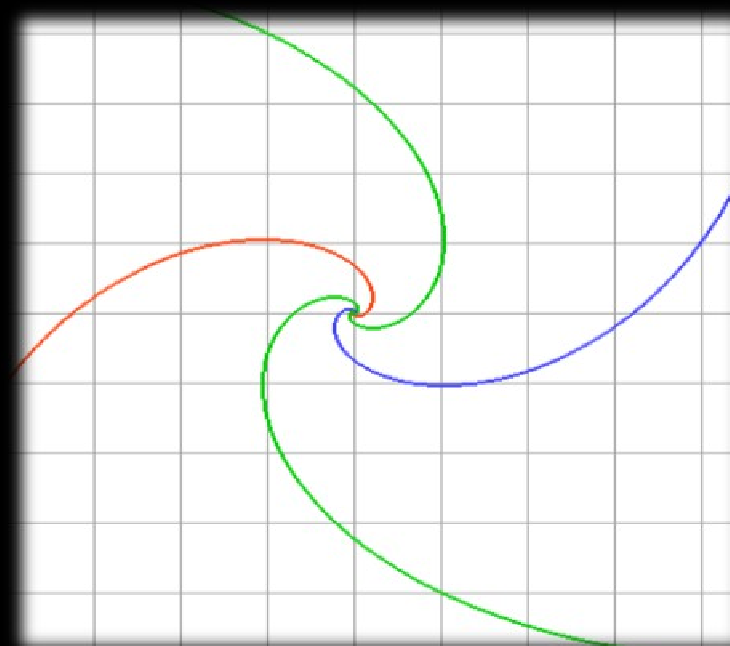
# Visuel des résultats

## Tableur

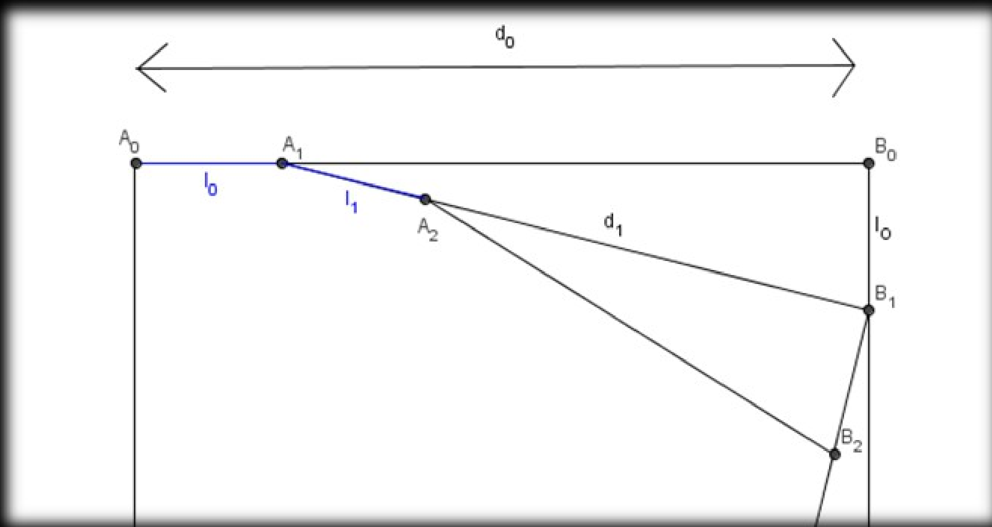


| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 0 |
| 1 | 0 | 100 | 100 | 1000 | 1000 | 900 | 900 | 0 |
| 2 | 10 | 190 | 190 | 990 | 990 | 810 | 810 | 10 |
| 3 | 28 | 270 | 270 | 972 | 972 | 730 | 730 | 28 |
| 4 | 52,2 | 340,2 | 340,2 | 947,8 | 947,8 | 659,8 | 659,8 | 52,2 |
| 5 | 81 | 400,96 | 400,96 | 919 | 919 | 599,04 | 599,04 | 81 |
| 6 | 112,996 | 452,764 | 452,764 | 887,004 | 887,004 | 547,236 | 547,236 | 112,996 |
| 7 | 146,9728 | 496,188 | 496,188 | 853,0272 | 853,0272 | 503,812 | 503,812 | 146,9728 |
| 8 | 181,89432 | 531,87192 | 531,87192 | 818,10568 | 818,10568 | 468,12808 | 468,12808 | 181,89432 |
| 9 | 216,89208 | 560,495296 | 560,495296 | 783,10792 | 783,10792 | 439,504704 | 439,504704 | 216,89208 |
| 10 | 251,2524016 | 582,7565584 | 582,7565584 | 748,7475984 | 748,7475984 | 417,2434416 | 417,2434416 | 251,2524016 |
| 11 | 284,4028173 | 599,3556624 | 599,3556624 | 715,5971827 | 715,5971827 | 400,6443376 | 400,6443376 | 284,4028173 |
| 12 | 315,8981018 | 610,9798144 | 610,9798144 | 684,1018982 | 684,1018982 | 389,0201856 | 389,0201856 | 315,8981018 |
| 13 | 345,4062731 | 618,2920228 | 618,2920228 | 654,5937269 | 654,5937269 | 381,7079772 | 381,7079772 | 345,4062731 |
| 14 | 372,694848 | 621,9221932 | 621,9221932 | 627,305152 | 627,305152 | 378,0778068 | 378,0778068 | 372,694848 |
| 15 | 397,6175826 | 622,4604891 | 622,4604891 | 602,3824174 | 602,3824174 | 377,5395109 | 377,5395109 | 397,6175826 |
| 16 | 420,1018732 | 620,4526819 | 620,4526819 | 579,8981268 | 579,8981268 | 379,5473181 | 379,5473181 | 420,1018732 |
| 17 | 440,1369541 | 616,3972264 | 616,3972264 | 559,8630459 | 559,8630459 | 383,6027736 | 383,6027736 | 440,1369541 |
| 18 | 457,7629813 | 610,7438084 | 610,7438084 | 542,2370187 | 542,2370187 | 389,2561916 | 389,2561916 | 457,7629813 |
| 19 | 473,061064 | 603,8931294 | 603,8931294 | 526,938936 | 526,938936 | 396,1068706 | 396,1068706 | 473,061064 |
| 20 | 486,1442706 | 596,1977101 | 596,1977101 | 513,8557294 | 513,8557294 | 403,8022899 | 403,8022899 | 486,1442706 |
| 21 | 497,1496145 | 587,963512 | 587,963512 | 502,8503855 | 502,8503855 | 412,036488 | 412,036488 | 497,1496145 |
| 22 | 506,2310043 | 579,4521993 | 579,4521993 | 493,7689957 | 493,7689957 | 420,5478007 | 420,5478007 | 506,2310043 |
| 23 | 513,5531238 | 570,883879 | 570,883879 | 486,4468762 | 486,4468762 | 429,116121 | 429,116121 | 513,5531238 |
| 24 | 519,2861993 | 562,4401787 | 562,4401787 | 480,7138007 | 480,7138007 | 437,5598213 | 437,5598213 | 519,2861993 |
| 25 | 523,6015972 | 554,2675409 | 554,2675409 | 476,3984028 | 476,3984028 | 445,7324591 | 445,7324591 | 523,6015972 |
| 26 | 526,6681916 | 546,4806271 | 546,4806271 | 473,3318084 | 473,3318084 | 453,5193729 | 453,5193729 | 526,6681916 |
| 27 | 528,6494351 | 539,1657452 | 539,1657452 | 471,3505649 | 471,3505649 | 460,8342548 | 460,8342548 | 528,6494351 |
| 28 | 529,7010662 | 532,3842272 | 532,3842272 | 470,2989338 | 470,2989338 | 467,6157728 | 467,6157728 | 529,7010662 |
| 29 | 529,9693823 | 526,1756979 | 526,1756979 | 470,0306177 | 470,0306177 | 473,8243021 | 473,8243021 | 529,9693823 |
| 30 | 529,5900138 | 520,5611898 | 520,5611898 | 470,4099862 | 470,4099862 | 479,4388102 | 479,4388102 | 529,5900138 |

## Algobox



# Démonstration de la distance parcourue par les participants




$$l_0 = 0,1 \times d_0$$

On a : $d_1^2 = (0,9\, d_0)^2 + (0,1\, d_0)^2$

Donc : $d_1 = \sqrt{0,82} \times d_0$

Or : $l_1 = 0,1 \times d_1$

$$l_1 = 0,1 \sqrt{0,82}\, d_0 = \sqrt{0,82}\, l_0$$

---

$$l_1 = \sqrt{0,82} \times l_0$$
$$l_2 = \sqrt{0,82} \times l_1 = \sqrt{0,82} \times \sqrt{0,82}\, l_0$$
$$l_3 = \sqrt{0,82} \times l_2 = \sqrt{0,82} \times \sqrt{0,82}^2\, l_0$$

……

On obtient :

$$l_n = \sqrt{0,82}^n \times l_0$$

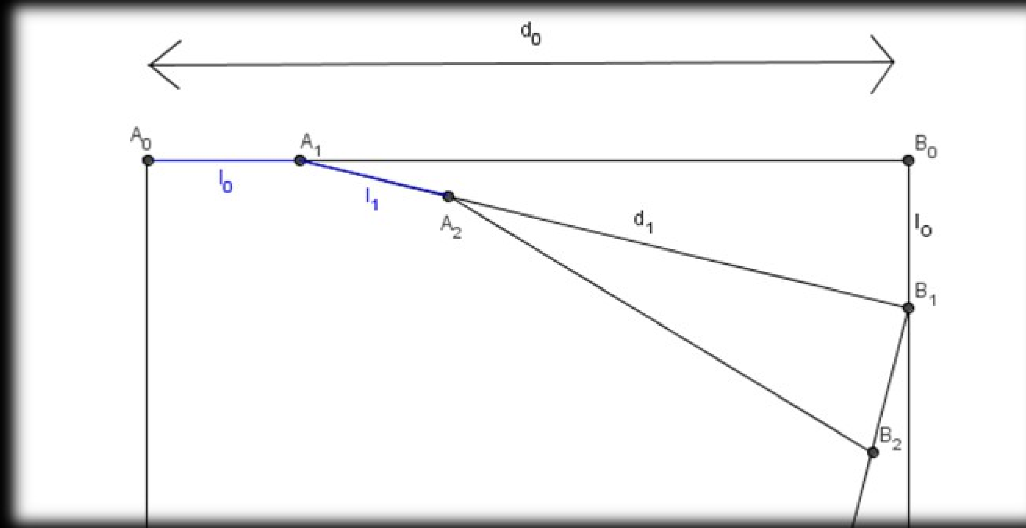
# Suite de la démonstration

On cherche la distance S parcourue par une personne :

$$S = l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + l_4 \dots$$

Au bout de n étapes :

$$S_n = l_0 + l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1}$$




Une personne nous a donné la formule pour la somme de terme d'une suite géométrique, nous ne vous la démontrerons pas par manque de temps :

$$S_n = l_0 \times \frac{1 - \sqrt{0{,}82}^n}{1 - \sqrt{0{,}82}}$$

Or : $\sqrt{0{,}82}^1 \approx 0{,}90$

$$\sqrt{0{,}82}^{10} \approx 0{,}37$$

$$\sqrt{0{,}82}^2 \approx 0{,}82$$

$$\sqrt{0{,}82}^{100} \approx 0{,}5 \times 10^{-6}$$

$$\sqrt{0{,}82}^3 \approx 0{,}74$$

Quand n grandit $\sqrt{0{,}82}^n$ devient négligeable

Donc : S s'approche de

$$S = l_0 \times \frac{1}{1 - \sqrt{0{,}82}}$$

Pour le cas où $d_0$ = 10 et $l_0$ = 1 on a :

$$S \approx 10{,}59$$

Pour le cas où $d_0$ = 10 et $l_0$ = 0,11 on a :

$$S \approx ???$$

Ce qui se rapproche de [$A_0$ $B_0$].

# II) Carré
# Pas fixe

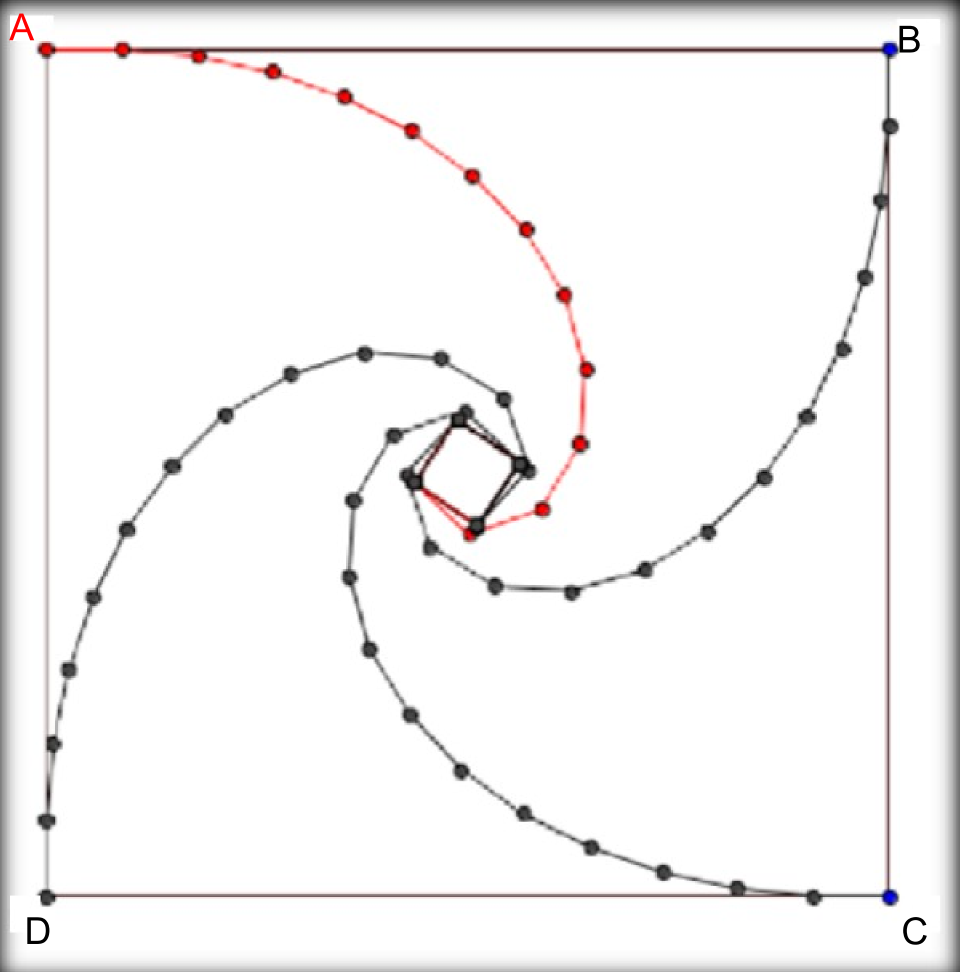
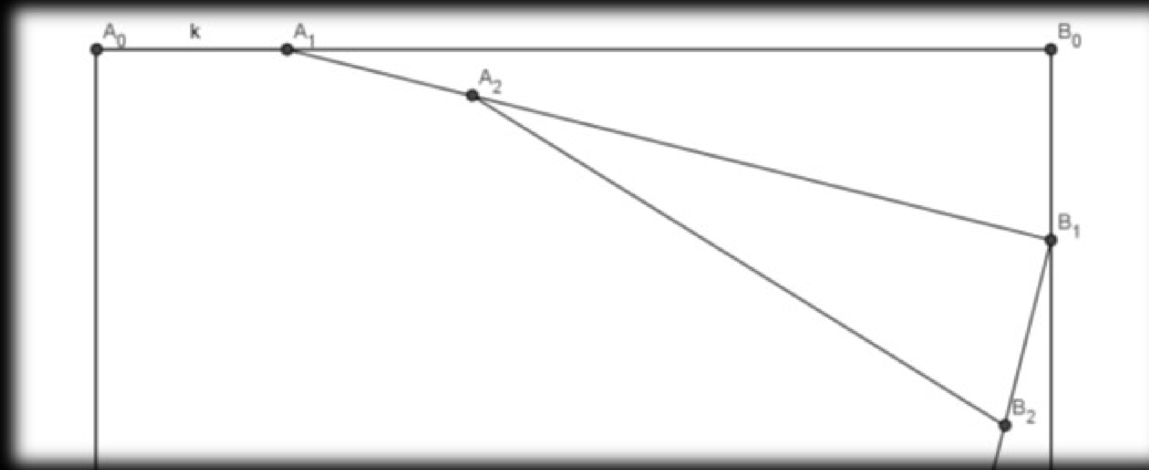



Figure avec un pas fixe

# Formule de la position

## Coordonnées des points par rapport au placement précédent




Nous avons trouvé que pour un pas fixe la formule initiale devient :

$$\overrightarrow{A_1 B_1} = \frac{k}{A_0 B_0} \times \overrightarrow{A_0 B_0}$$

$$\overrightarrow{A_{n+1} B_{n+1}} = \frac{k}{A_n B_n} \times \overrightarrow{A_n B_n}$$

Les coordonnées des points sont donc :

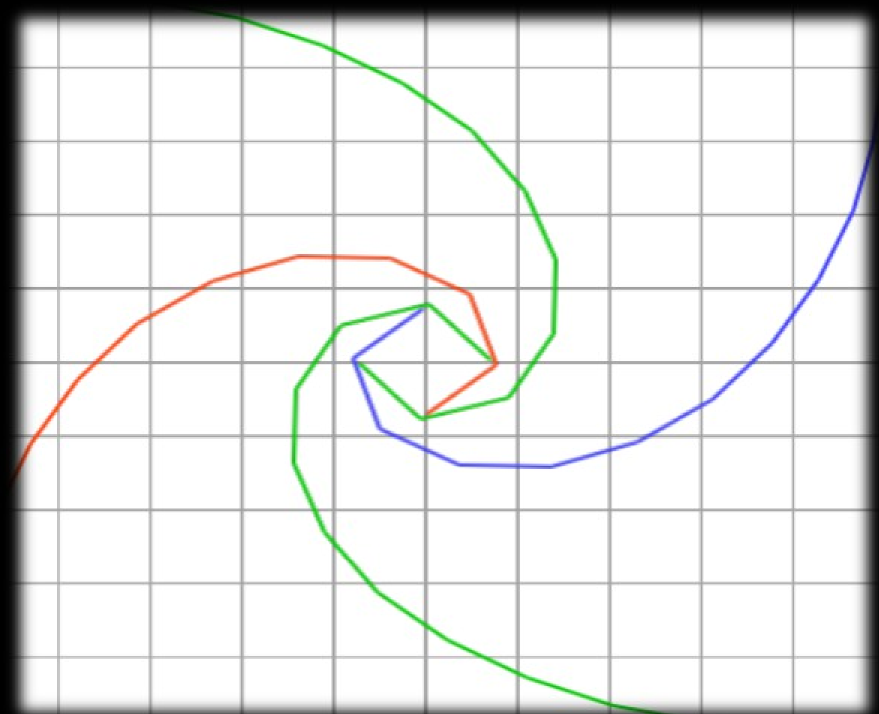
$$\begin{cases} x_{A_{n+1}} = \dfrac{k}{A_n B_n} \times x_{\overrightarrow{A_n B_n}} + x_{A_n} \\ y_{A_{n+1}} = \dfrac{k}{A_n B_n} \times y_{\overrightarrow{A_n B_n}} + y_{A_n} \end{cases}$$

# Visuel des résultats

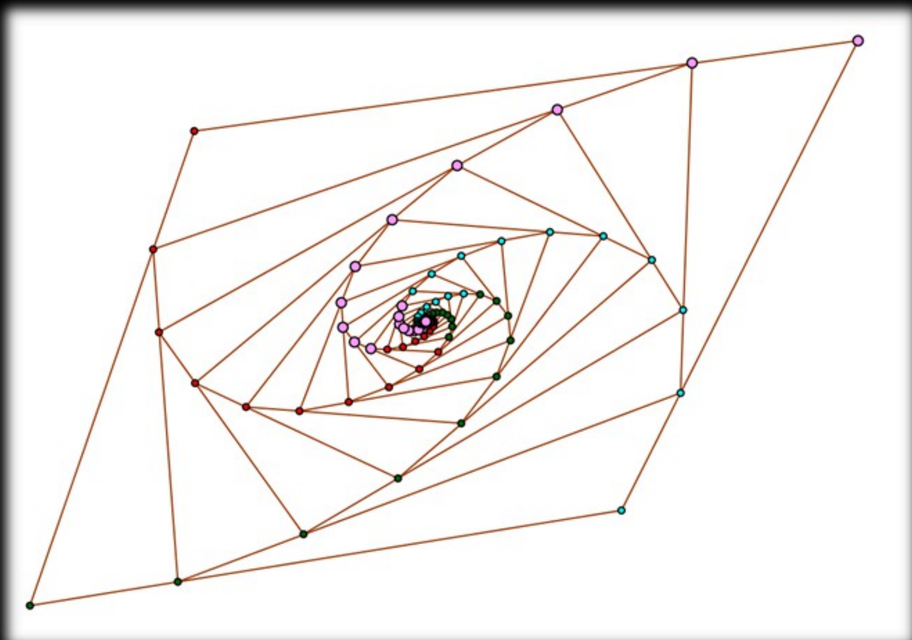
## Tableur

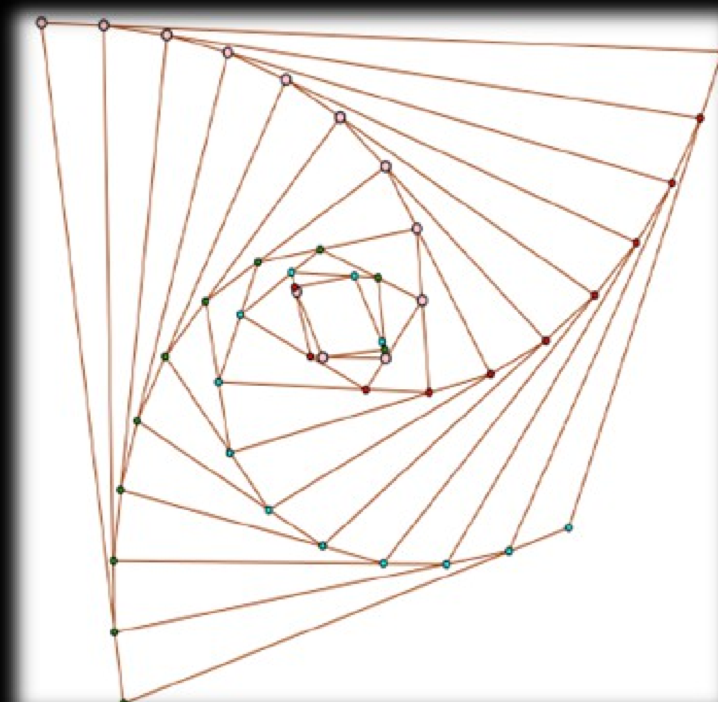
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tour | $x_A$ | $y_A$ | $x_B$ | $y_B$ | $x_C$ | $y_C$ | $x_D$ | $y_D$ | Pas |
| Initial | 0 | 0 | 0 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 0 | 10 |
| 1 | 0 | 100 | 100 | 1000 | 1000 | 900 | 900 | 0 | |
| 2 | 11,0431526 | 199,388373 | 199,388373 | 988,956847 | 988,956847 | 800,611627 | 800,611627 | 11,0431526 | |
| 3 | 34,2463262 | 296,659195 | 296,659195 | 965,753674 | 965,753674 | 703,340805 | 703,340805 | 34,2463262 | |
| 4 | 70,7578379 | 389,755433 | 389,755433 | 929,242162 | 929,242162 | 610,244567 | 610,244567 | 70,7578379 | |
| 5 | 121,6556 | 475,833408 | 475,833408 | 878,3444 | 878,3444 | 524,166592 | 524,166592 | 121,6556 | |
| 6 | 187,71504 | 550,907707 | 550,907707 | 812,28496 | 812,28496 | 449,092293 | 449,092293 | 187,71504 | |
| 7 | 268,881344 | 609,320301 | 609,320301 | 731,118656 | 731,118656 | 390,679699 | 390,679699 | 268,881344 | |
| 8 | 363,03686 | 643,006184 | 643,006184 | 636,96314 | 636,96314 | 356,993816 | 356,993816 | 363,03686 | |
| 9 | 463,013574 | 640,84822 | 640,84822 | 536,986426 | 536,986426 | 359,15178 | 359,15178 | 463,013574 | |
| 10 | 549,365052 | 590,415868 | 590,415868 | 450,634948 | 450,634948 | 409,584132 | 409,584132 | 549,365052 | |
| 11 | 577,543006 | 494,46795 | 494,46795 | 422,456994 | 422,456994 | 505,53205 | 505,53205 | 577,543006 | |
| 12 | 501,979759 | 428,968365 | 428,968365 | 498,020241 | 498,020241 | 571,031635 | 571,031635 | 501,979759 | |
| 13 | 429,326481 | 497,681546 | 497,681546 | 570,673519 | 570,673519 | 502,318454 | 502,318454 | 429,326481 | |
| 14 | 497,680716 | 570,672632 | 570,672632 | 502,319284 | 502,319284 | 429,327368 | 429,327368 | 497,680716 | |
| 15 | 570,672632 | 502,319284 | 502,319284 | 429,327368 | 429,327368 | 497,680716 | 497,680716 | 570,672632 | |

## Algobox



# III) Quadrilatères quelconques



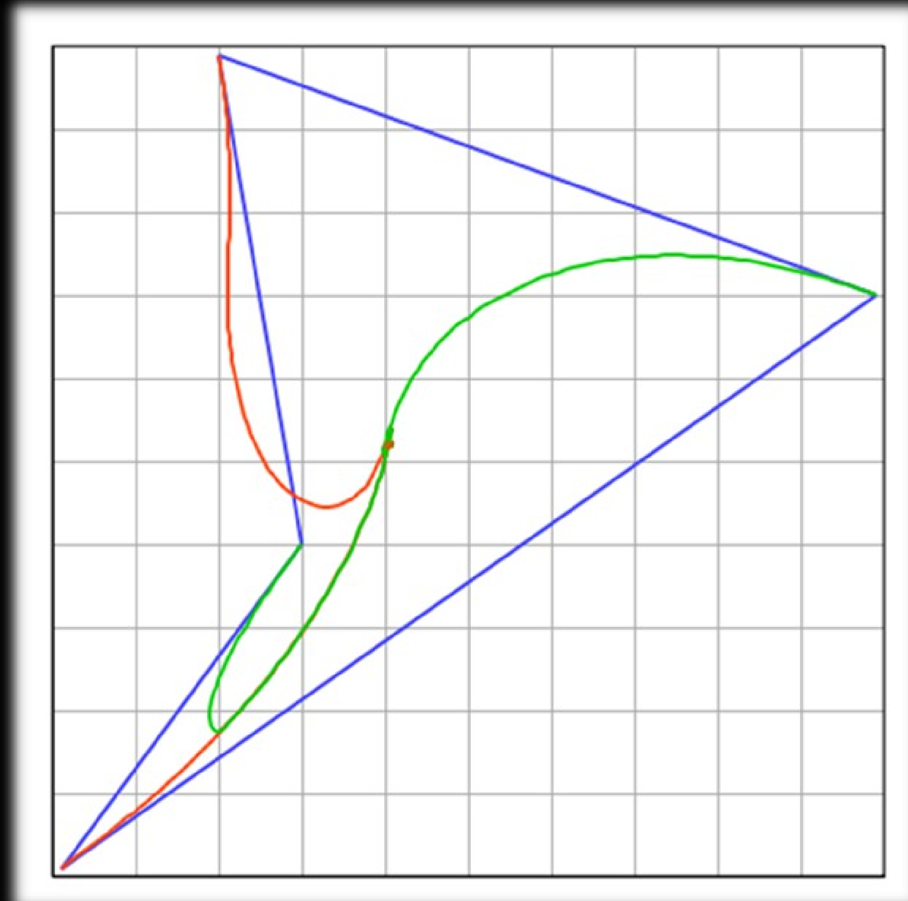


# Les mêmes formules que les carrés

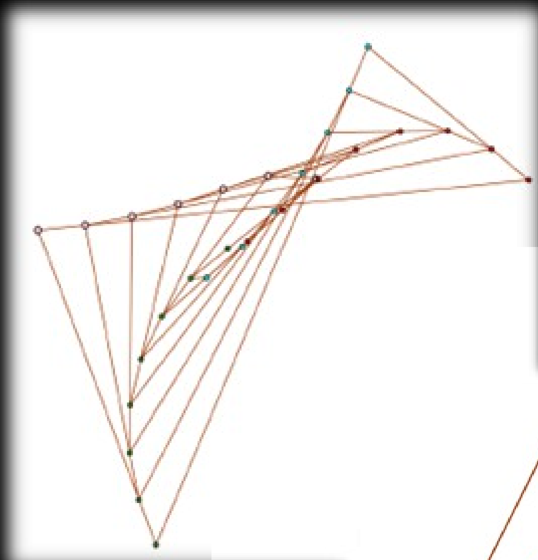
Rappelons nous nos premières formules :

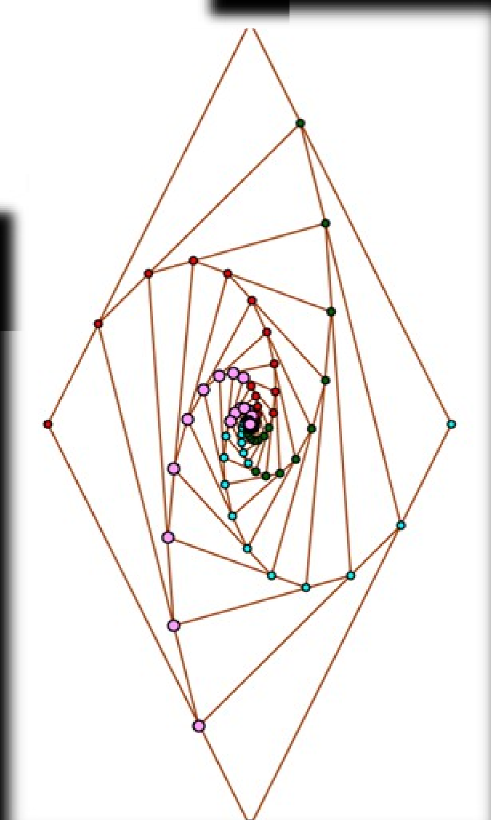
$$\overrightarrow{A_{n+1}B_{n+1}} = k \times \overrightarrow{A_nB_n}$$

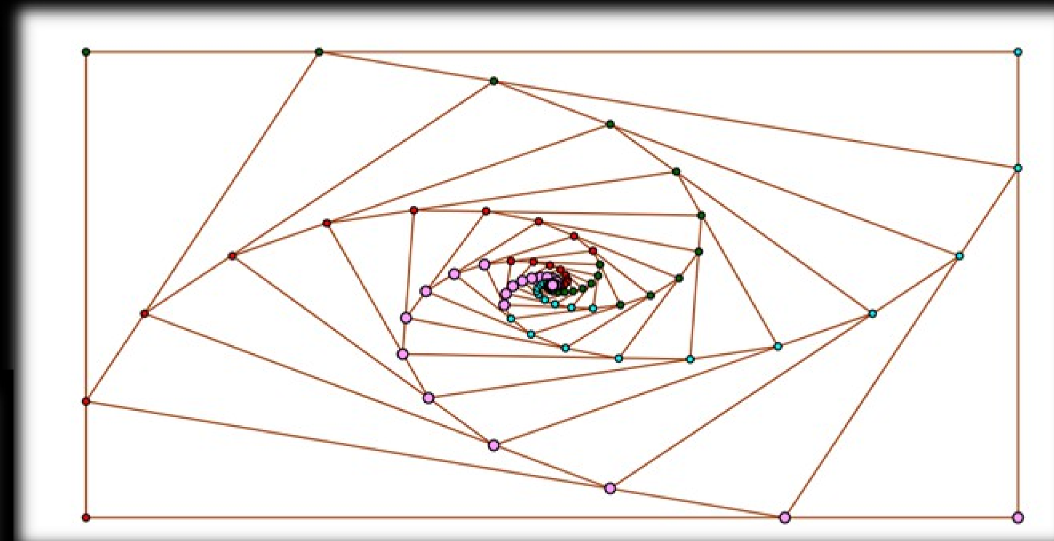
Étant donné que notre formule est basée sur des vecteurs nous pouvons en conclure que les formules sont les mêmes pour tous les quadrilatères.

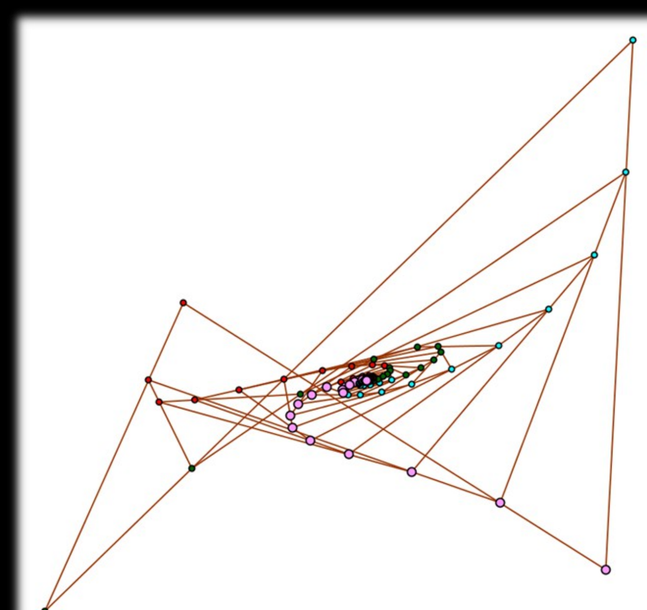


# Quelques figures particulières

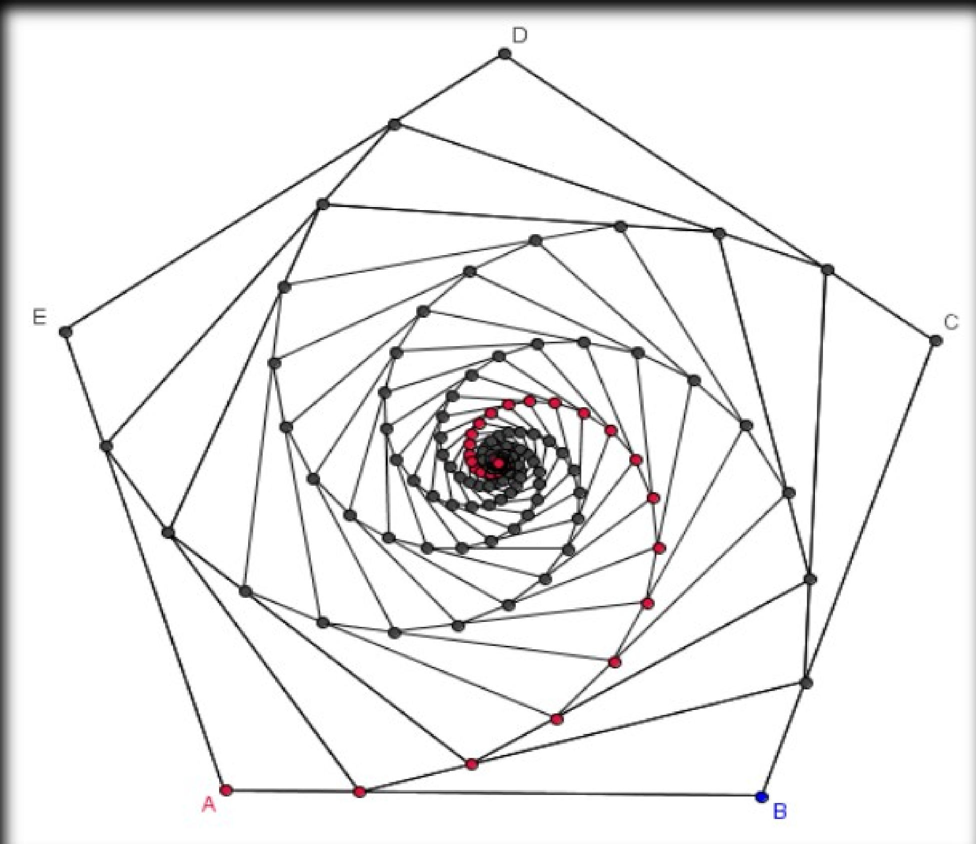


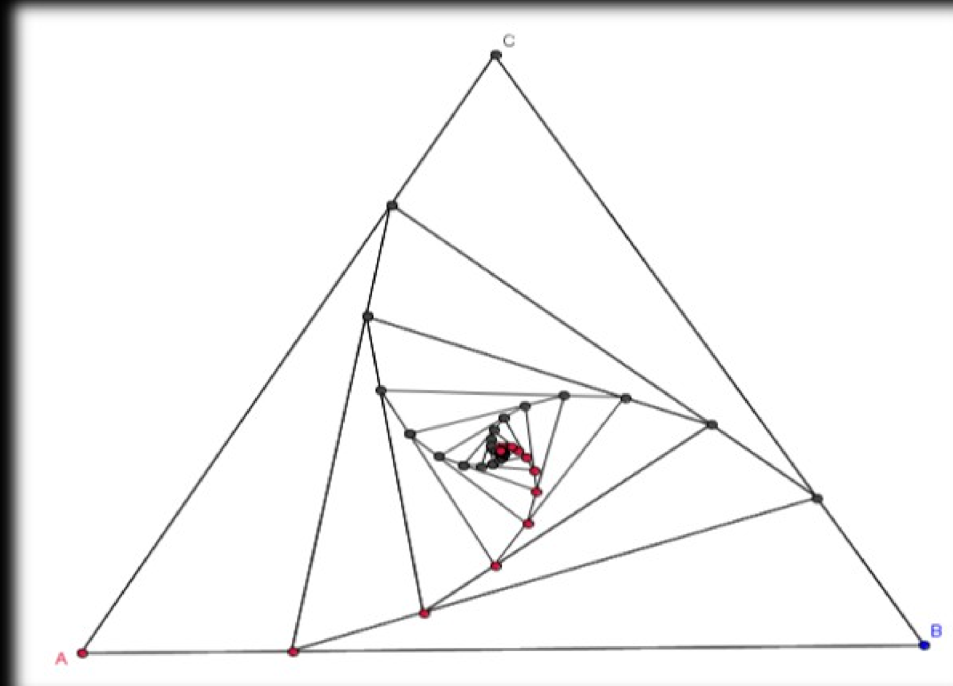




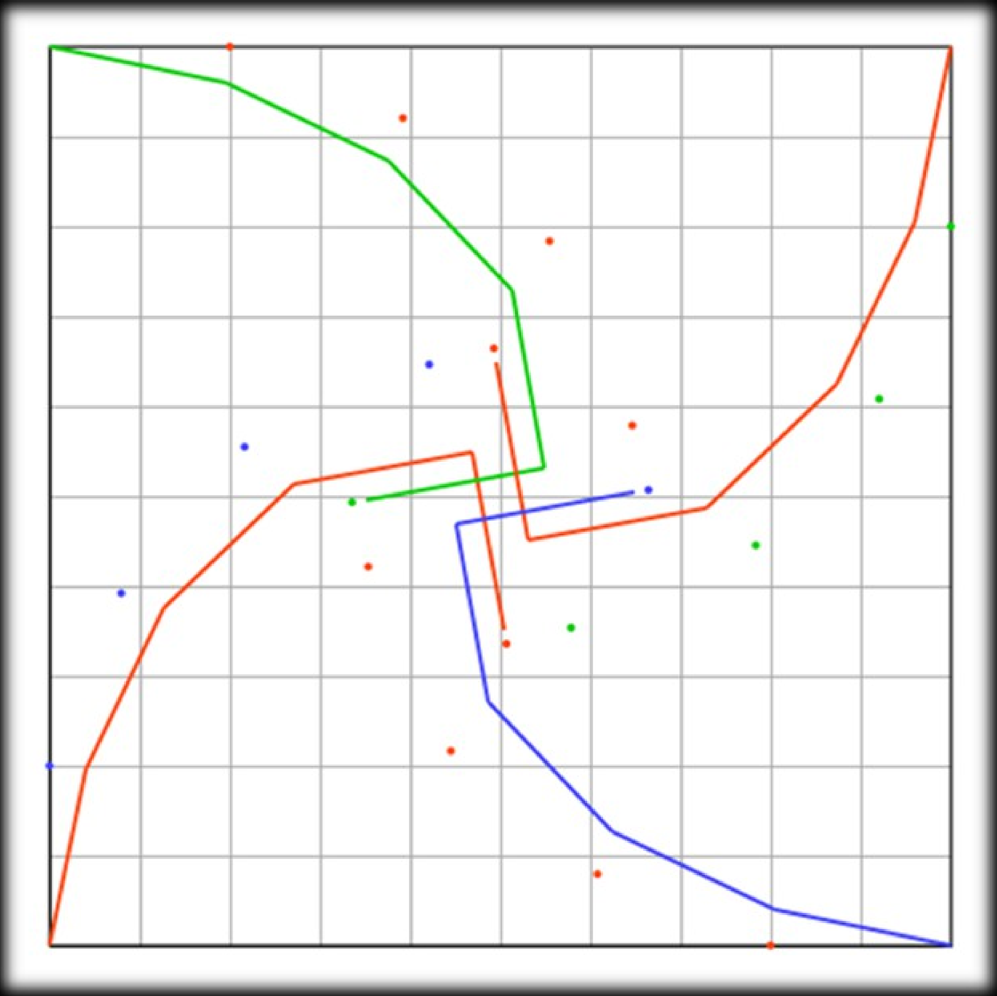


# IV) Autres pistes
# Variation du nombre de participants



# Anticipation d'un mouvement



Une personne qui anticipe un mouvement

# Merci …

… aux chercheurs qui nous ont suivit cette année.

… aux professeurs qui ont tenu le club.

… à la personne qui nous a donné la formule.

Et merci à vous pour votre écoute.