UNE SUITE DE CHIFFRES

0,01234567901234567901234567901234567901234

Présenté par Raphaël BERNAS, Benoit COEUGNET et Idriss BENSAADA

SOMMAIRE

I. SUJET

Pouvez-vous expliquer pourquoi

$$\frac{1}{81} = 0{,}0\boxed{123456\underline{79}0123456\underline{79}\ldots}\ ?$$

La suite est-elle infinie ?

II. Dans un sens : la division euclidienne

Prouver l'infini :

1

100-81

190-162

280-243

370-324

460-405

550-486

640-567

100-81

190-162

…

81

1

0,012345679012...

2

3

4

5

6

7

730-72

Division euclidienne de 1 par 81

Question à 5 puissance 6 Euro :

Quelle fraction permet de créer cette suite :
0,98765432109876543210...

III. Dans l'autre sens : créer ses propres suites

On part d'une suite infinie et on essaye d'obtenir une fraction.

On s'est intéressé à : 1/81 * 12 345 679/12 345 679 et nous avons obtenu :

$$\frac{1}{81} \times \frac{12\,345\,679}{12\,345\,679} = \frac{12\,345\,679}{999\,999\,999} = 0{,}012345679012345679...$$

On cherche à obtenir 0,121212...

$$\frac{12}{999\,999\,999} = 0{,}00000012...$$

$$\frac{12}{999} = 0{,}012012012012...$$

On comprend notre erreur, il y avait un 9 en trop

$$\frac{12}{99} = 0{,}1212121212...$$

III. Dans l'autre sens : créer ses propres suites

Nombre au hasard

$$\frac{\boxed{10^n a + 10^{n-1} b + 10^{n-2} c + \dots}}{\boxed{10^n*9 + 10^{n-1}*9 + 10^{n-2}*9 + \dots}}$$

Nombre de 9 qui varie en fonction de n variables du nombre numérateur

Ex :

$$\frac{135}{999} = \frac{10^2*1 + 10^1*3 + 10^0*5}{9*10^2 + 9*10^1 + 9*10^0} = 0,135135135...$$

IV. EXTENSION DU SUJET

1) Observations sur les suites de restes

Remarque :
Nous n'avons pas pu démontrer ces observations, mais nous avons tout de même décidé d'en fai

1ère remarque :
La différence entre deux restes est de 9. C'est à dire que sur tous nos restes obtenus après la div

2ème remarque :
On a $10r = 81q + r'$ alors selon cette remarque, q = +

$$\frac{12345\ 679}{999\ 999\ 999} \quad \frac{111\ 111\ 111}{999\ 999\ 999}$$

On a donc une omniprésence du 9, par exemple 81 = 9*9, lorsque l'on additionne au reste 9z...

IV. EXTENSION DU SUJET

1) Observations sur les suites de restes

Suite de restes de division 1/81: 1 ; 10 ; 19 ; 28 ; 37 ; 46 ; 55 ; 64 ; 73
A chaque reste, additionner 9 pour trouver le suivant :
1 + 9 = 10 ou 46 + 9 = 55

On a voulu montrer $r_2 - r_1 = 9$

On sait : $10*r_1 = 81q + r_2$ et $10r_2 = 81q' + r_3$

$10r_2 - 10r_1 = 81q + r_2 - 81\ q' - r_3$

$$r_2 - r_1 = \frac{1}{10}\ (81q + r_2 - 81q' - r_3)$$

$$\text{Or } q = \frac{12\ 345\ 679}{999\ 999\ 999}\ \frac{111\ 111\ 111}{999\ 999\ 999} + x$$

$$r_2 - r_1 = \frac{1}{10}\ (81\ (\frac{12\ 345\ 679}{999\ 999\ 999}\ + \frac{111\ 111\ 111}{999\ 999\ 999}\ x) + r_2 - 81\ (\frac{12\ 345\ 679}{999\ 999\ 999}\ \frac{111\ 111\ 111}{999\ 999\ 999} +$$

r_3 inconnu et le chercher serait inutile, on tomberai sur r_4

De plus, un cas pour lequel cette équation est inutile : 1 - 73 = - 72

IV. EXTENSION DU SUJET

2) Explication des raisons d'une suite par les sommes infinies

Nous avons pris un exemple précis : $a*(10^{-3}+10^{-6}+...+10^{-3n}) = 0{,}00a00a00a…$

Nous savons que cette forme peut s’écrire aussi :

$$\sum_{i=1}^{n} 10^{-3i}$$

$$a^{n+1} - 1 = a^{n+1} + a^{n} + ... + a^{n} - a^{n-1} - … - a - 1$$

$$= (a^{n+1} - a^{n}) + (a^{n} - a^{n-1}) + … + (a - 1)$$

$$= (a – 1)\,(a^{n} + 1 + a^{n-1} + … + 1)$$

$$\frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} = a^{n} + a^{n-1} + … + 1$$

Donc : $\sum_{0}^{n} a^{i} = \frac{a^{n-1} - 1}{a - 1}$

IV. EXTENSION DU SUJET

2) Explication des raisons d'une suite par les sommes infinies

Utilisons notre exemple : $\sum_{i=1}^{n} 10^{-3i} = \sum_{i=0}^{n} 10^{-3i} - 1$

$$= \frac{10^{-3(n+1)} - 1}{10^{-3} - 1} - 1$$

$$= \frac{10^{-3(n+1)} - 1 - (10^{-3} - 1)}{10^{-3} - 1}$$

$$= \frac{10^{-3}(10^{-3n} - 1)}{10^{-3} - 1}$$

$$= \frac{10^{-3n} - 1}{1 - 10^{3}}$$

$$= \frac{1 - 10^{-3n}}{10^{3} - 1}$$

$$= \frac{1 - 10^{-3n}}{999}$$

Si n tend vers l'infini, on a $\frac{1}{999}$

Or, nos suites sont infinies, on avait donc :

$$\sum_{i=1}^{n} 10^{-3i} \longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} 10^{-3i}$$

On peut donc conclure que la façon de créer

V. CONCLUSION

On a donc réussi à trouver une façon de créer des fractions et on l'a justifié.

On a aussi réussi à valider l'infinité de la suite 1/81.

Mais il est encore possible d'essayer de démontrer les remarques que l'on a faite et il est fort probable que en démontrant ces remarques, on puisse trouver la liaison entre 9 et l'entièreté du sujet.

Merci de nous avoir écouté !
Avez vous des questions ?