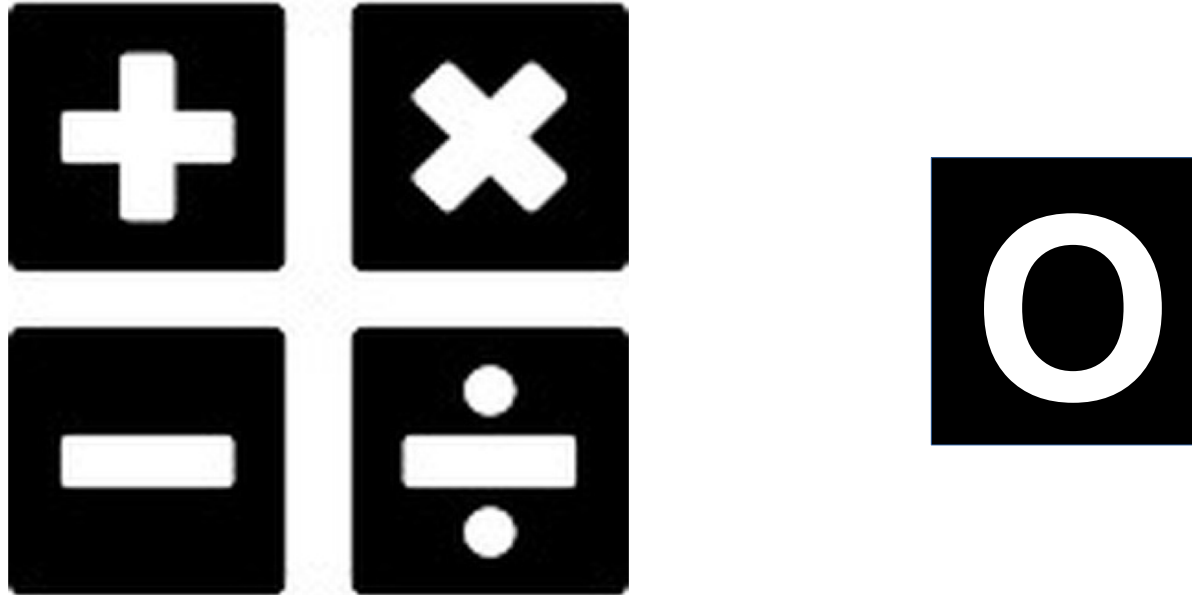


Un Nouvel Opérateur



Lycée Blaise Pascal, Orsay

Paul Chevalier - Marie Durivaux - Alexandre Péré - Emma Sandoval

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ a = a + 2$$

a et b

Entiers naturels
Différents de 0

$$a \circ b = b \circ a$$

$$\frac{a \circ (a + b)}{a \circ b} = \frac{a + b}{b}$$

- **Commutativité**
- **Système de simplification**

Un Nouvel Opérateur

$$3 \circ 3 = 3 + 2 = 5$$

$$\frac{1 \circ 3}{1 \circ 2} = \frac{1 \circ (1 + 2)}{1 \circ 2} = \frac{3}{2}$$

Un Nouvel Opérateur

Soient a et $b \in \mathbb{N}^$
tels que $a < b$*

$$a \circ b = ?$$

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = a \circ (a + b - a)$$

$$a \circ b = a \circ (a + b - a)$$

$$a \circ b = \frac{a \circ (a + b - a)}{a \circ (b - a)} a \circ (b - a)$$

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = \frac{a \circ (a + b - a)}{a \circ (b - a)} \quad a \circ (b - a)$$

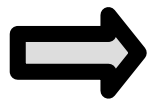
$$a \circ b = \frac{a \circ (a + b - a)}{a \circ (b - a)} \quad a \circ (b - a)$$

$$a \circ b = \frac{a + b - a}{b - a} \quad a \circ (b - a)$$

Un Nouvel Opérateur

La formule qui permet de calculer n'importe quels $a \circ b$ en r

$$a \circ b = \frac{b}{b - a} \quad a \circ (b - a)$$



*On doit ensuite trouver : $a \circ (b - a)$,
à l'aide de la même formule*

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = \frac{b}{b-a} \quad a \circ (b-a)$$

On a donc :

$$a = 3$$

$$b = 5$$

$$3 \circ 5 = ?$$

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = \frac{b}{b-a} \quad a \circ (b-a)$$

On a donc :

$$a = 3$$

$$b = 5$$

$$3 \circ 5 = ?$$

$$3 \circ 5 = \frac{5}{5-3} \quad 3 \circ (5-3)$$

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = \frac{b}{b-a} \quad a \circ (b-a)$$

On a donc :

$$a = 3$$

$$b = 5$$

$$3 \circ 5 = ?$$

$$3 \circ 5 = \frac{5}{2} \quad 3 \circ 2$$



$$3 \circ 2 = \frac{3}{3-2} \quad 2 \circ (3-2)$$

$$3 \circ 2 = \frac{3}{1} \quad 2 \circ 1$$



$$2 \circ 1 = \frac{2}{1} \quad 1 \circ 1$$

Un Nouvel Opérateur

$$a \circ b = \frac{b}{b-a} a \circ (b-a)$$

On a donc :

$$a = 3$$

$$b = 5$$

$$3 \circ 5 = ?$$

$$3 \circ 5 = \frac{5}{2} \frac{3}{1} \frac{2}{1} 1 \circ 1$$

$$(1 \circ 1 = 3)$$

$$3 \circ 5 = \frac{5 * 3 * 2 * 3}{2}$$

$$3 \circ 5 = 45$$

Un Nouvel Opérateur

b \ a	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	?						
2		4	?					
3			5					
4				6				
5			?		7			
6						8		
7							9	
8								10

Un Nouvel Opérateur

b \ a	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	6						
2		4	18					
3			5					
4				6				
5			45		7			
6						8		
7							9	
8								10

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	15	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	30	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12

Un Nouvel Opérateur

Cycle régulier d'augmentation des résultats, modulo $b = 4$

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40



ions  ématiques régulières liant les résultats qui permettraient de calculer $a \circ b$

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	15	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	30	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12

Un Nouvel Opérateur

Est-ce distributif ?

$$2^{\circ}(2+3) \stackrel{?}{=} 2^{\circ}2 + 2^{\circ}3$$

$$2^{\circ}(2+3) = 2^{\circ}5 = 30$$

$$2^{\circ}2 + 2^{\circ}3 = 4 + 18 = 22$$

$$30 \neq 22 : \text{NON!}$$

Un Nouvel Opérateur

Conjecture :

• Si a et b ont pour *seul diviseur commun*, 2 :

$$\text{Alors : } a \circ b = a b$$

$$4 \circ 18 = 4 * 18 = 72$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	81	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	162	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12
11	33	66	99	132	165	198	231	264	297	330
12	36	24	20	18	180	16	252	36	324	120
13	39	78	117	156	195	234	273	312	351	390
14	42	28	126	56	210	84	18	112	378	140
15	45	90	25	180	21	50	315	360	405	42
16	48	32	144	24	240	96	336	20	432	160
17	51	102	153	204	255	306	357	408	459	510
18	54	36	30	72	270	24	378	144	22	180
19	57	114	171	228	285	342	399	456	513	570

Un Nouvel Opérateur

Conjecture :

• Si a et b ont au moins un diviseur commun *autre que* 2 :

$$\text{Alors : } a \circ b = \frac{(a + 2) b}{a}$$

$$4 \circ 12 = \frac{(4 + 2) * 12}{4} = 18$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	81	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	162	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12
11	33	66	99	132	165	198	231	264	297	330
12	36	24	20	18	180	16	252	36	324	120
13	39	78	117	156	195	234	273	312	351	390
14	42	28	126	56	210	84	18	112	378	140
15	45	90	25	180	21	50	315	360	405	42
16	48	32	144	24	240	96	336	20	432	160
17	51	102	153	204	255	306	357	408	459	510
18	54	36	30	72	270	24	378	144	22	180
19	57	114	171	228	285	342	399	456	513	570

Un Nouvel Opérateur

Conjecture :

.Si a ou b premiers entre eux :

$$*Alors : $a \circ b = 3 a b$*$$

$$*4 \circ 13 = 3 * 4 * 13 = 156*$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	81	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	162	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12
11	33	66	99	132	165	198	231	264	297	330
12	36	24	20	18	180	16	252	36	324	120
13	39	78	117	156	195	234	273	312	351	390
14	42	28	126	56	210	84	18	112	378	140
15	45	90	25	180	21	50	315	360	405	42
16	48	32	144	24	240	96	336	20	432	160
17	51	102	153	204	255	306	357	408	459	510
18	54	36	30	72	270	24	378	144	22	180
19	57	114	171	228	285	342	399	456	513	570

Un Nouvel Opérateur

Conjecture :

Démonstration

Théorème :

. Si b est un multiple de a , donc $b = k a$:

$$\text{Alors : } a \circ k a = k (a + 2)$$

$$4 \circ 12 = 4 \circ (3 * 4) = 3 (4 + 2) = 18$$

$$\cdot 1 \circ a = 3a$$

a \ b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	6	4	18	8	30	12	42	16	54	20
3	9	18	5	36	45	10	63	72	15	90
4	12	8	36	6	60	24	84	12	108	40
5	15	30	45	60	7	90	105	120	135	14
6	18	12	10	24	90	8	126	48	30	60
7	21	42	63	84	105	126	9	168	189	210
8	24	16	72	12	120	48	168	10	216	80
9	27	54	15	108	135	30	189	216	11	270
10	30	20	90	40	14	60	210	80	270	12

Un Nouvel Opérateur

On peut ainsi calculer n'importe quels

$$a^{\circ} b$$

avec a et b réels

Un Nouvel Opérateur

Pour a ou b négatif ?

$$-3 \circ -3 = -1$$

