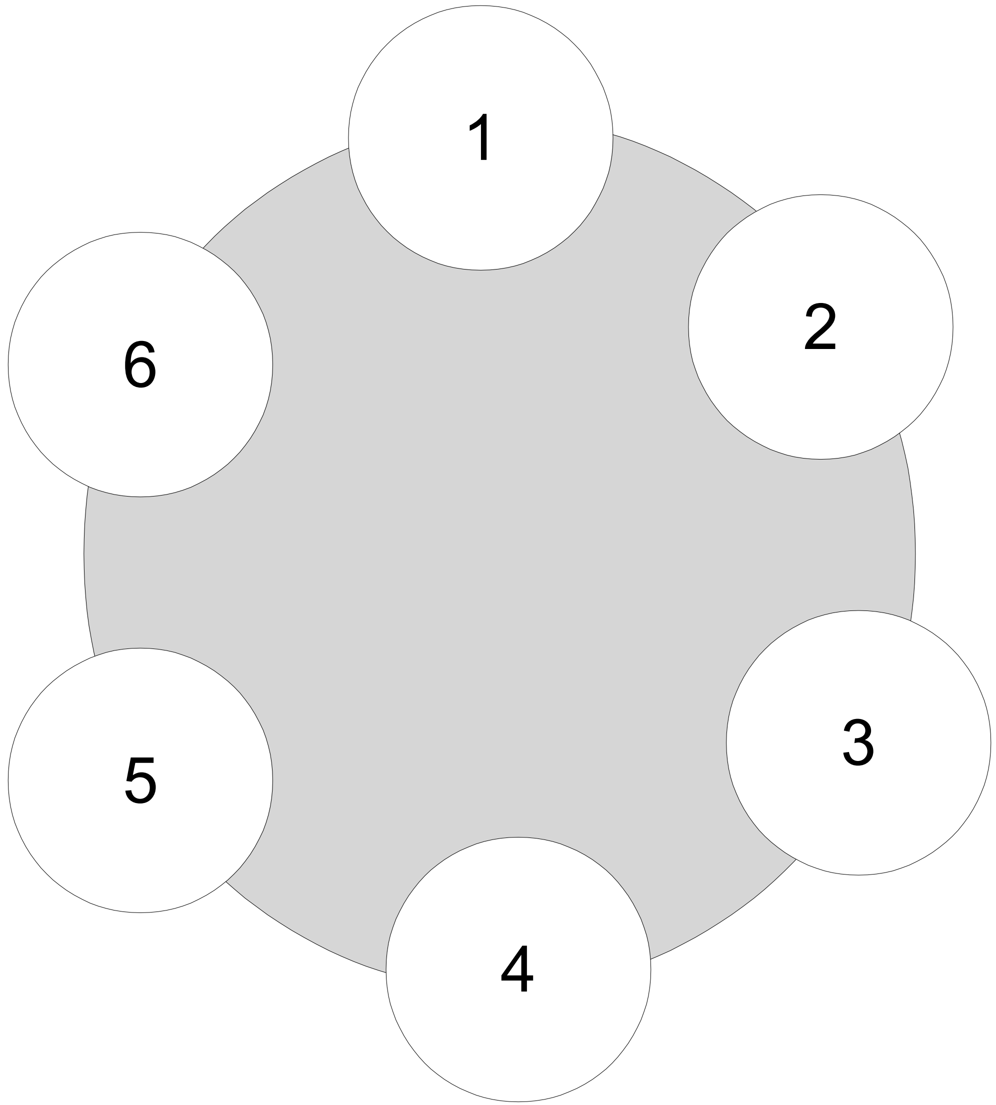
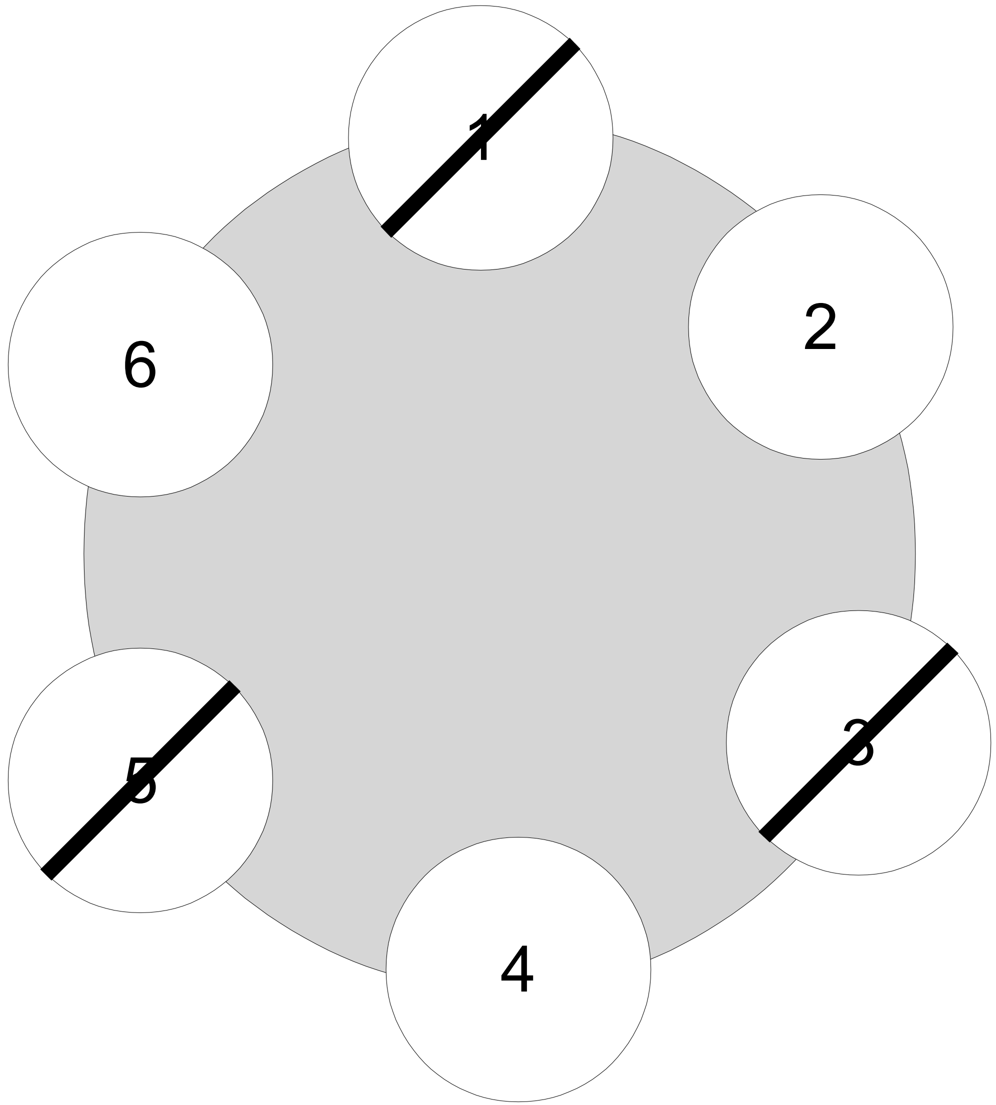
La roue de l'Infortune !

- On a une roue avec *n* boules numérotées de 1 à *n*.
  Par exemple *n* =6



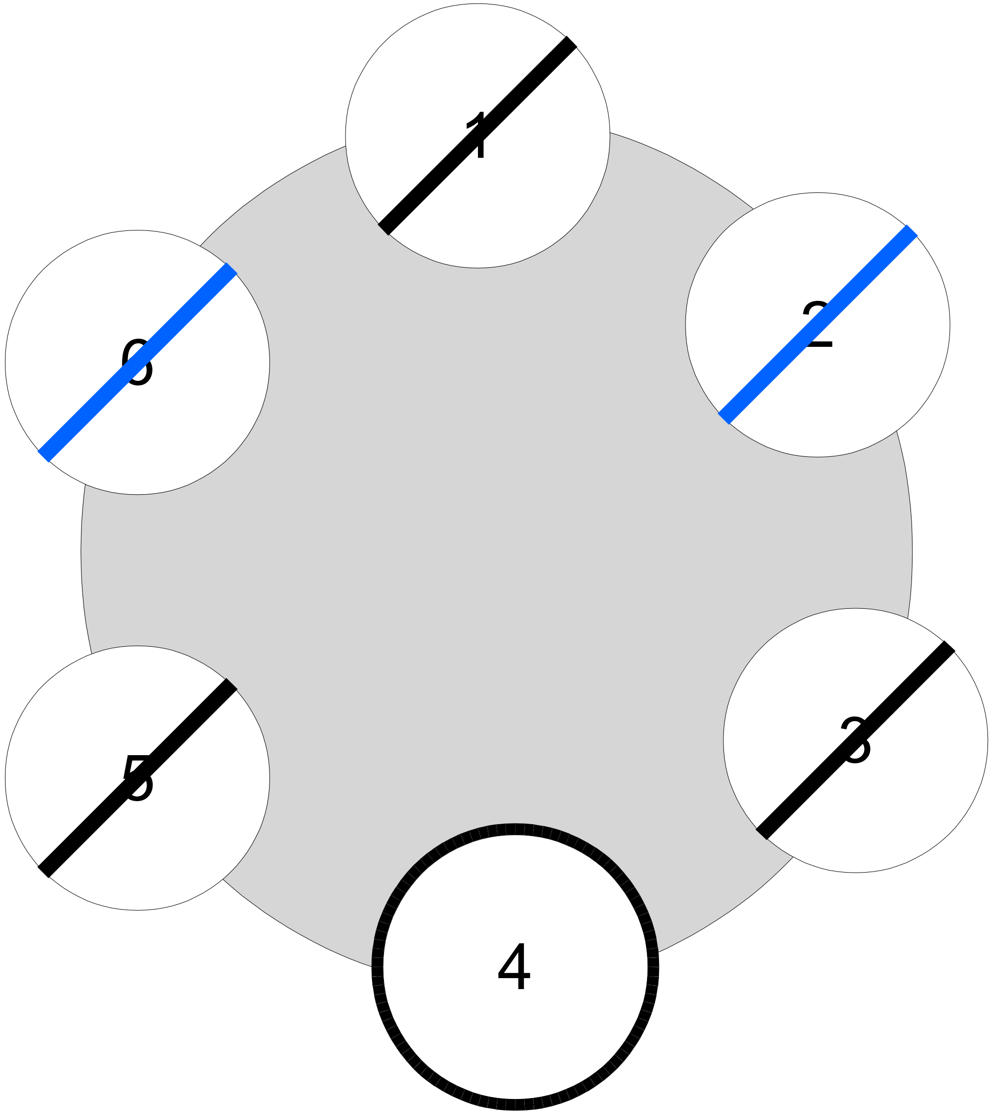
La roue de l'Infortune !

- Au premier tour, on barre une boule sur deux à partir de la première .



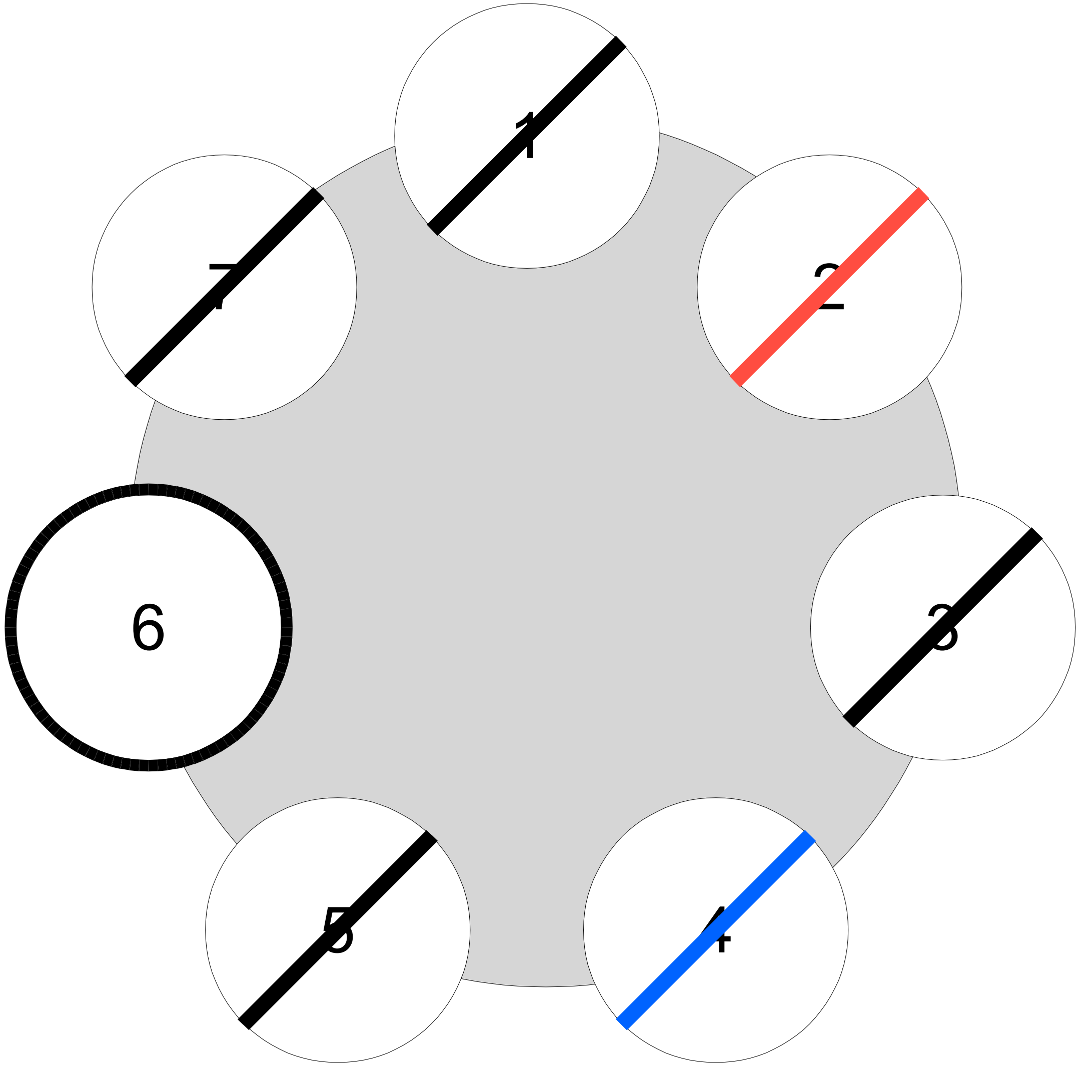
La roue de l'Infortune !

- Au deuxième tour, on continue à barrer une boule sur deux.



La roue de l'Infortune !

- Un nouvel exemple avec n =7.



Généralisation

Quelle est la boule finale pour n = 54 602 ?

Quelle est la boule finale pour tout nombre n ?

Nos Essais

Nous avons, à la main, cherché la boule finale de n = 1 jusqu'à n = 20.
Voici les résultats :

Nombre de Boules	Boule Finale
1	1
2	2
3	2
4	4
5	2
6	4
7	6
8	8
9	2
10	4

Nombre de Boules	Boule Finale
11	6
12	8
13	10
14	12
15	14
16	16
17	2
18	4
19	6
20	8

Conjectures

- Si n est une puissance de 2 ($n = 2^k$ *avec k un entier naturel*), la boule restante est celle numérotée n.
- Sinon, n s'écrit $2^k + p$ (2^k étant la puissance de 2 inférieure la plus proche et p un entier compris entre 1 et $2^k - 1$) et la boule restante est celle numérotée $2p$.

Illustration

Prenons $n = 10$:

La puissance de 2 inférieure la plus proche est

8 (2 puissance 3)

$p = 10 – 8 = 2$

Boule restante : 2 x p et donc 4.

Si l'on compare avec le tableau de nos essais on peut voir que c'est le bon résultat.

Programme

Cette fois-ci on ne peut pas vérifier par nos essais. Il nous faut donc un programme pour trouver le résultat pour un nombre de boules trop grand. On le créera grâce à SCILAB.

Il nous donne pour n = 456 que la boule finale est celle numérotée 400

Pour n = 54 602, on obtient donc 43 668

<u>Deuxième illustration</u>

Pour n=456 la boule finale est la boule 400 :
Vérifions le rapidement:
Les puissances de 2 sont :

2 4 8 16 32 64 128 <u>256</u> 512

Donc 2p=2x(456-256)=400

La conjecture est bien vérifiée.

Résultat pour *n* = 54 602

Pour *n* = 54 602, on obtient avec notre programme 43 668

On peut réessayer de trouver ce résultat par le calcul :

La puissance de 2 inférieure la plus proche est
32 768 (2 puissance 15)
Donc *p* = 54 602 – 32 768 = 21 834
Boule restante : 2 x 21 834 = 43 668
On trouve donc le même résultat par le calcul et le
Programme : on a donc un moyen de trouver la boule
restante pour n'importe quel nombre *n.*