

## Tours normales et tours étranges.

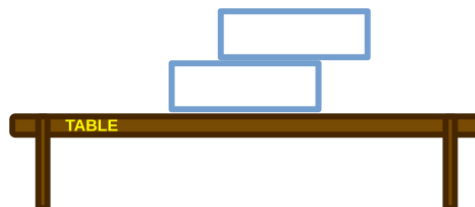
Cette fille se tient en équilibre sur la balustrade. Supposons que, malheureusement, elle perde prise et tombe. D'un point de vue physico-mécanique, qu'est-ce qui détermine si elle tombera vers l'avant ou vers l'arrière ?



### Une première tourelle.

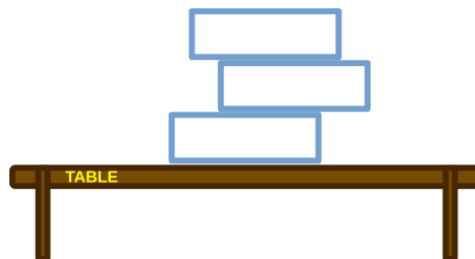
Sans plus tarder, voici votre objet d'étude. Supposons que vous disposiez de parallélépipèdes identiques (comme ceux du jeu de Jenga). Vous allez placer un bloc sur l'autre, créant ainsi des tours primitives, et étudier leur stabilité.

Pour commencer, supposons que vous placiez un bloc sur la table et que vous en placiez un autre au-dessus, légèrement décalé par rapport au bloc de base, comme le montre le dessin. Pour quels déplacements le bloc du dessus tombe-t-il sur la table ? Pour quel décalage reste-t-il en équilibre sur le bloc de base ?



### Un cas plus complexe. Introduction d'une notation.

Supposez maintenant que vous avez empilé trois blocs. La question est toujours la même : pour quels décalages la tour est-elle stable ? Pour quels autres décalages une partie ou la totalité de la tour tombe-t-elle sur la table ?



En raisonnant, vous vous rendez compte que vous devez nommer les différentes quantités, c'est-à-dire introduire une notation pour décrire l'expérience. Par exemple, vous devez décrire les déplacements relatifs des blocs. Il peut également être utile de leur donner des noms : bloc1, bloc2, ...

Définissez donc une notation appropriée. Attention, car ce n'est pas facile et on est souvent obligé de revoir un choix initial qui s'avère inconfortable. Rappelez-vous qu'une bonne notation est exhaustive mais au mieux concise.

### Quatre blocs.

En vous inspirant de la méthode développée précédemment, étudiez la stabilité d'une tour de quatre blocs.

Ce cas est déjà suffisamment complexe pour que vous puissiez vérifier si la notation introduite au point précédent est bonne. Si vous n'êtes pas convaincu, changez-la.

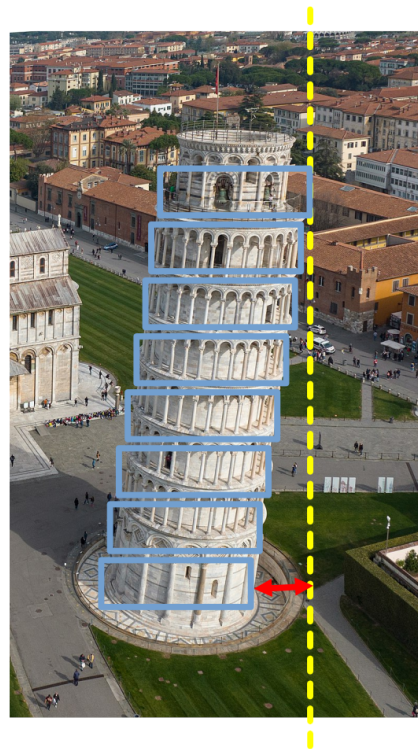
### $n$ blocs.

Vous avez maintenant résolu le problème de la stabilité des premières tours basses. Généralisez votre raisonnement pour trouver le critère de stabilité d'une tour composée d'un nombre arbitraire  $n$  de blocs.

Pouvez-vous donner une interprétation intuitive de votre critère ?

### Tour de Pise.

La tour penchée de Pise a été construite à la verticale, mais à la suite d'une erreur de conception fortuite, elle s'est inclinée, tout en conservant sa stabilité.



Vous allez étudier les tours penchées. Vous vous intéressez maintenant à la distance horizontale entre le bloc de base et le bloc du sommet : cette longueur est indiquée en rouge sur le dessin.

Voici la question : en disposant de  $n$  blocs, construisez et étudiez la tour dont la distance horizontale entre le bloc de base et le bloc du sommet est la plus grande.

Un conseil : il est difficile de prouver que l'on a effectivement construit une tour penchée d'une distance *maximale*. Si vous obtenez une justification intuitive, c'est déjà une bonne chose.

Vous pouvez raisonner librement, ou suivre le guide proposé ci-dessous.

1. En utilisant autant de blocs que vous le souhaitez, quelle distance maximale pensez-vous pouvoir atteindre ?

2. Trouvez la distance maximale d'une tour composée de 2 blocs. Dessinez-le et tentez éventuellement de le construire.
3. Trouvez la distance maximale d'une tour composée de 3 blocs. Dessinez-le et tentez éventuellement de le construire.
4. Trouvez la distance maximale d'une tour composée de 4 blocs. Dessinez-le et tentez éventuellement de le construire.
5. Trouvez la distance maximale d'une tour composée de  $n$  blocs. Faites un dessin.

Effectuez maintenant une étude aussi complète que possible de la séquence (distance max de la tour  $n$  blocs) $_n$ . N'oubliez pas d'étudier ce qui se passe lorsque  $n$  tend vers l'infini. Attention : il s'agit d'une tâche ardue, mais qui vous apportera de grandes satisfactions.

Si vous le souhaitez, essayez de construire votre propre tour, en résumant l'expérience, les observations et les conclusions selon la méthode scientifique apprise en laboratoire. Si vous n'êtes pas sûr de savoir comment réaliser une expérience scientifique, demandez-le !

### **Et maintenant ?**

Si vous êtes arrivé jusqu'ici, c'est que vous avez déjà fait une merveilleuse découverte et que vous voudrez certainement réutiliser les méthodes que vous avez développées pour étudier d'autres tours. Eh bien, il y a d'autres tours intéressantes !

Jouez avec des blocs et essayez de construire des tours "étranges". Étudiez vos créations d'un point de vue mathématique et documentez vos découvertes.

Si vous le souhaitez, demandez à l'enseignant de vous proposer une tour particulièrement étrange à étudier.