

# Math.en.Jeans 2022-2023

Blandine Galiay

## 1 Footing

Soit  $p \in [0, 1]$  et  $M \in \mathbb{R}_+^*$ .

Le stade municipal est occupé par des gens qui font leur footing. On suppose que le nombre de coureurs ne change pas au cours du temps. L'allure d'un coureur est influencée par le coureur le précédant, si bien qu'à chaque minute, chaque coureur a avancé de  $M$  mètres, plus  $p$  fois la distance qui le sépare du coureur devant lui. Peut-on prévoir la répartition des coureurs sur le terrain à long terme ?

## 2 Le partage des champs

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$ .

Alice et Bob doivent se partager un champ carré de taille  $1 \text{ km}$  sur  $1 \text{ km}$ , dont on note  $A, B, C, D$  les sommets. Alice propose à Bob de découper le champ de la manière suivante :

1. Tout d'abord, Bob doit choisir un réel  $a \in ]0, 1[$  et tracer le carré de côté  $a$  (en  $\text{km}$ ) dont l'un des sommets est  $A$ ;
2. Ensuite commence le partage : retirer à la longueur du premier carré tracé son aire en  $\text{km}^2$ , et multiplier le tout par  $\lambda$ . Tracer ensuite le carré de côté la quantité trouvée (en  $\text{km}$ ), dont un des sommets est  $A$ .
3. Appliquer la seconde étape sur le second carré tracé, et réitérer le processus jusqu'à 1000 fois.
4. Le millième carré obtenu est le terrain de Bob, et le terrain restant revient à Alice.

Ce partage est-il avantageux pour Bob ?

## 3 Le bouclier

Un forgeron souhaite tester la résistance des boucliers qu'il produit, c'est-à-dire déterminer la distance, au mètre près, à laquelle une flèche tirée par un arc transperce le bouclier. Il dispose de  $m \geq 2$  boucliers. Une fois qu'une flèche a transpercé un bouclier, celui-ci n'est plus aussi résistant et il ne peut plus l'utiliser pour ses tests. Il souhaite utiliser le moins de flèches possibles pour répondre à sa question (il ne peut pas utiliser la même flèche deux fois). Pouvez-vous l'aider ?

## 4 Jeu de société 1

Soit  $N \geq 3$ . Un groupe de  $N + 1$  personnes joue à un jeu. Les règles sont les suivantes : l'un des joueurs, le meneur, se tient debout, au centre d'un cercle formé par les  $N$  joueurs restants assis en

rond. Le meneur choisit 2 personnes parmi les  $N$  joueurs assis. A chaque tour, les joueurs assis doivent désigner une personne du cercle. Si cette personne fait partie des deux choix du meneur, les joueurs ont gagné et le jeu s'arrête. Sinon, la personne désignée quitte le cercle et on passe au tour suivant. Pour aider les joueurs, le meneur donne à chaque tour la position relative des deux personnes qu'il a choisies. Peut-on trouver une stratégie efficace pour gagner en le moins de coups possibles ?

## 5 Jeu de société 2

Bob a inventé un nouveau jeu de société. Il dispose sur la table  $n^2$  billes, où  $n \geq 3$ , en remplissant les coordonnées entières d'un carré de taille  $n \times n$ . Il explique les règles à Alice : tout d'abord, elle doit sélectionner un sous-ensemble de billes  $S$ . Puis, pour chaque couple de billes contenues dans  $S$ , elle doit retirer toutes les billes du carré qui sont sur la droite les reliant. Le but pour Alice est de choisir  $S$  tel qu'elle puisse retirer toutes les billes de la grille. Comme le jeu est trop facile (il suffit de prendre  $S$  l'ensemble de toutes les billes de la grille), Bob demande à Alice de choisir un ensemble  $S$  contenant le moins de billes possibles. Pouvez-vous l'aider ?

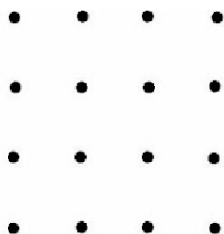


Figure 1: Disposition des billes pour  $n = 4$ .

## 6 Jeu du mastermind

Le jeu du mastermind est un jeu de société à deux joueurs. On dispose de  $N$  ( $N \geq 4$ ) couleurs. Le joueur 1 choisit un code constitué de quatre couleurs parmi les  $N$  du jeu. Le but pour le joueur 2 est de trouver le code en question. Pour cela, il fait à chaque tour une proposition de code. Le joueur 1 lui dit alors le nombre de bonnes couleurs et le nombre de couleurs bien placées.

Dans le jeu d'origine  $N = 6$ , mais dans une version très répandue du jeu on a  $N = 8$ , et le code ne peut pas contenir deux fois la même couleur.

Le joueur 1 peut-il trouver une stratégie efficace pour gagner (à commencer par les deux cas classiques cités plus haut) ?