

Mathématiques 5°

Chapitre 2 :

La symétrie centrale

Savoir parfaitement :

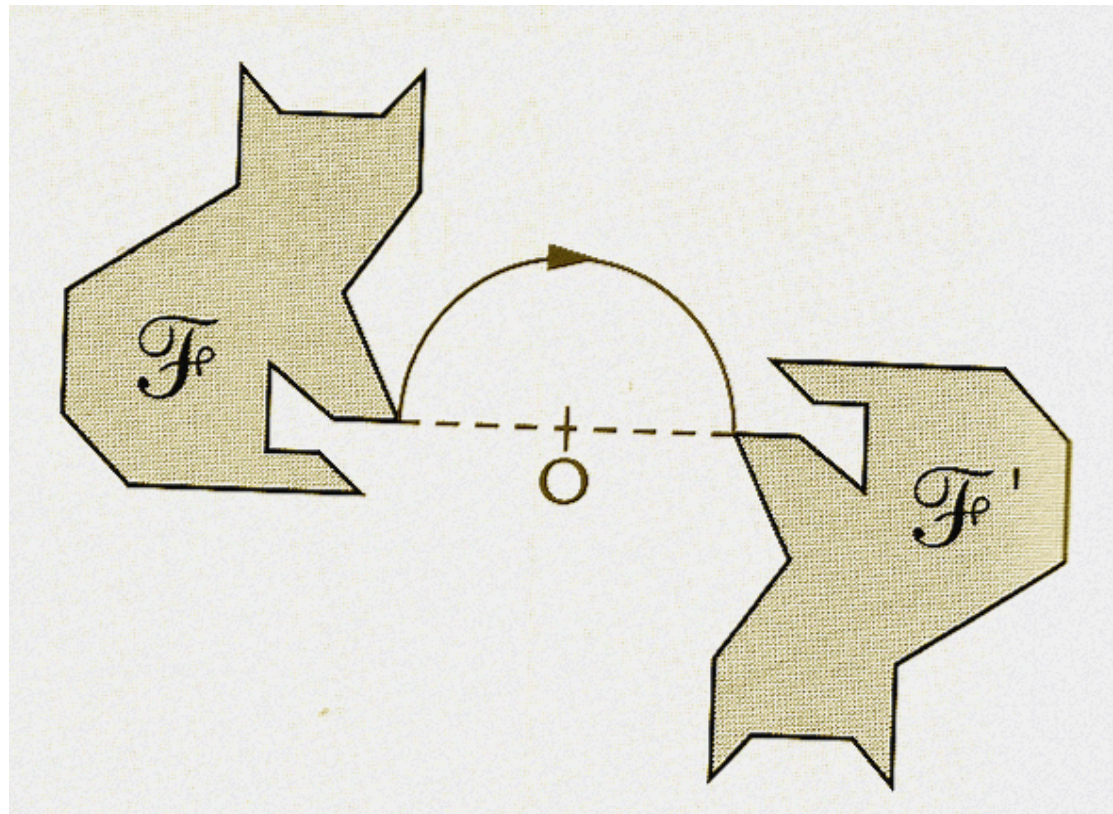
- Les propriétés de la symétrie centrale (droites symétriques, segments symétriques, cercles symétriques).
- La définition d' un centre de symétrie.

Savoir-faire à maîtriser :

- Construire le symétrique d' une figure par rapport à une droite.
- Construire le symétrique d' un point, d' un segment, d' une droite, d' une demi-droite, d' un cercle par rapport à un point.
- Construire le symétrique d' une figure par rapport à un point.
- Utiliser les propriétés de la symétrie centrale dans un raisonnement.
- Donner le(s) axe(s) de symétrie et le centre de symétrie d' une figure.

I. Les figures symétriques.

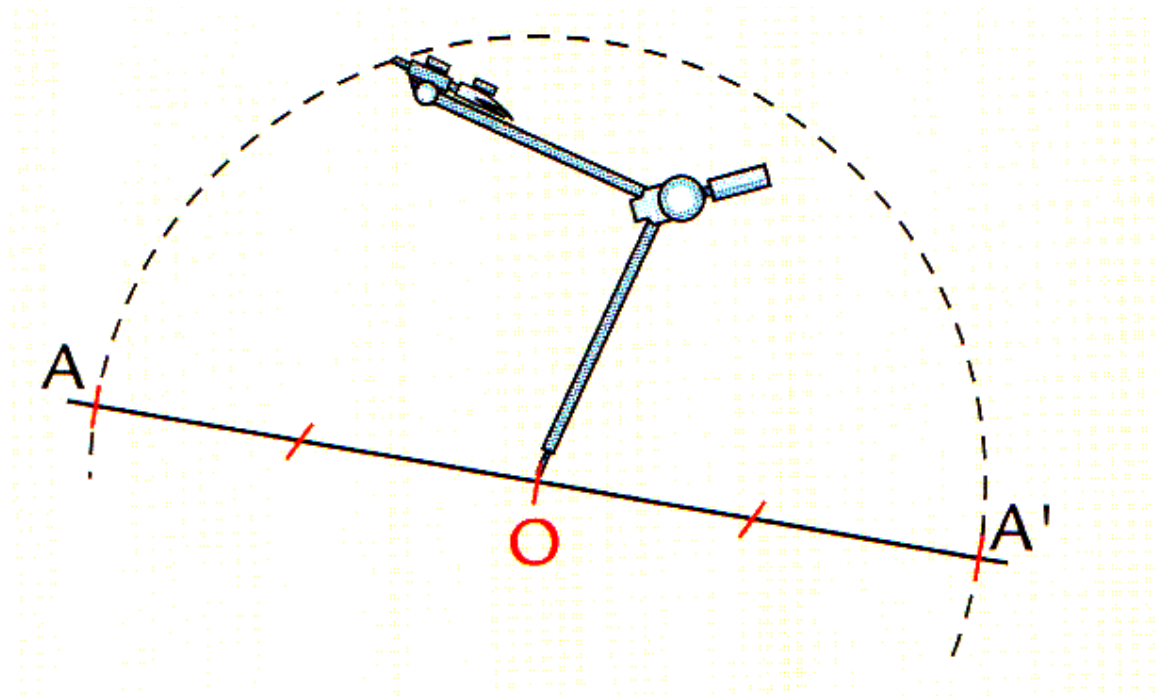
Définition : **Deux figures sont symétriques par rapport à un point** lorsqu'elles se superposent en effectuant un demi-tour autour de ce point. Ce point est appelé **centre de la symétrie**.



II. Points symétriques

Définition :

Le symétrique d' un point A par rapport à un point O est le point A' tel que O est le milieu de [AA'].



Propriétés :

- Si les points M et M' sont symétriques par rapport au point O alors O est le milieu du segment $[MM']$.
- Si le point O est le milieu de $[MM']$ alors les points M et M' sont symétriques par rapport à O .
- Le symétrique du point O par rapport au point O est le point O lui-même.



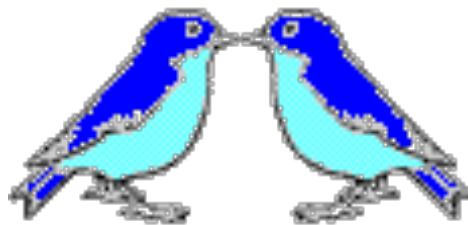
III. Les propriétés de la symétrie centrale

a. Symétrique d' une figure

Propriété:

Une figure et son symétrique par rapport à un point sont superposables.
Elles ont donc la même forme : les mêmes longueurs, mêmes mesure d'angles ...

Rappel : De même, une figure et son symétrique par rapport à une droite sont superposables. Elles ont donc la même forme et les mêmes mesures.



Symétrie axiale

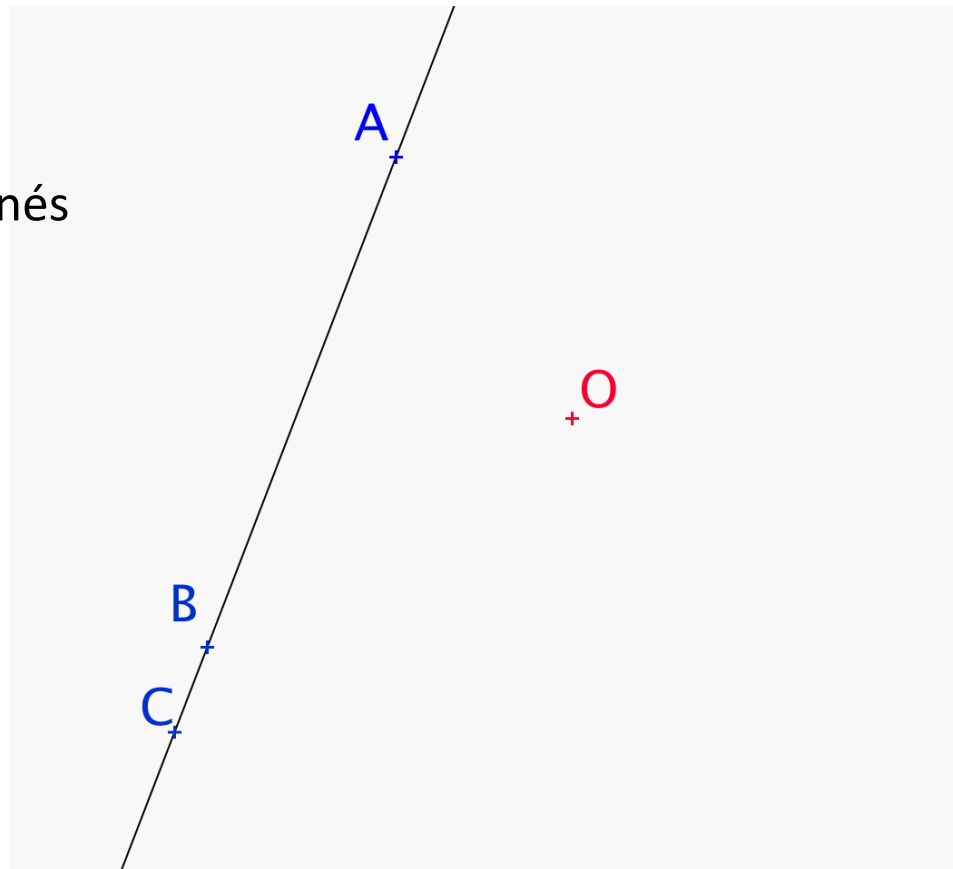
b. Symétrique d'une droite, d'une demi-droite

Propriété:

Le symétrique **d'une droite** par rapport à un point est **une droite parallèle**.

Exemple :

Les points A, B et C sont alignés



b. Symétrique d'une droite, d'une demi-droite

Propriété:

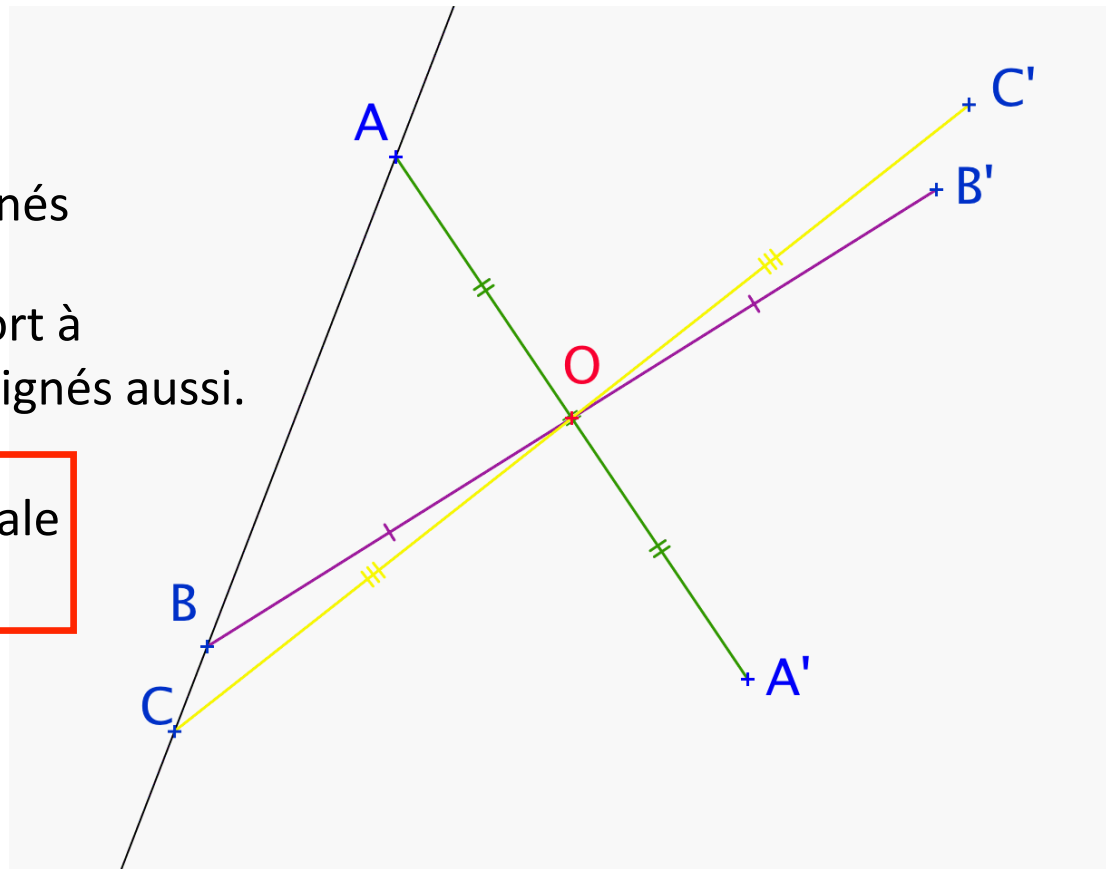
Le symétrique **d'une droite** par rapport à un point est **une droite parallèle**.

Exemple :

Les points A, B et C sont alignés

Leurs symétriques par rapport à O : A', B' et C' sont donc alignés aussi.

On dit que la symétrie centrale **conserve l'alignement**.



b. Symétrique d'une droite, d'une demi-droite

Propriété:

Le symétrique **d'une droite** par rapport à un point est **une droite parallèle**.

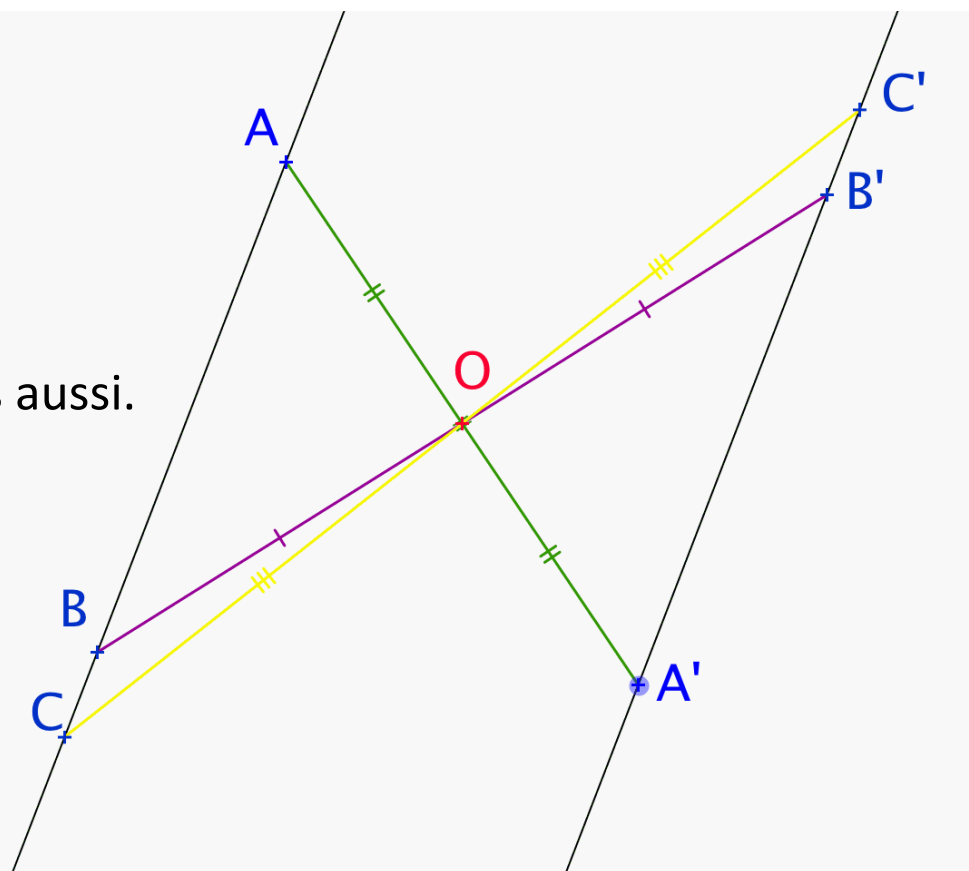
Exemple :

Les points A, B et C sont alignés

Leurs symétriques par rapport à O : A', B' et C' sont donc alignés aussi.

On dit que la symétrie centrale **conserve l'alignement**.

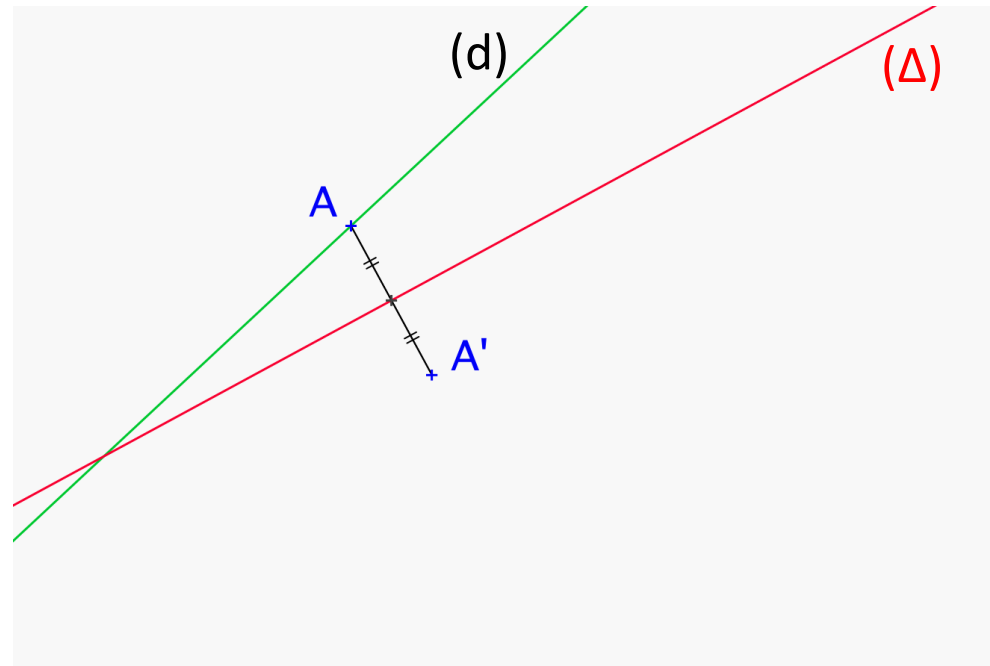
Les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport à O, elles sont donc parallèles.



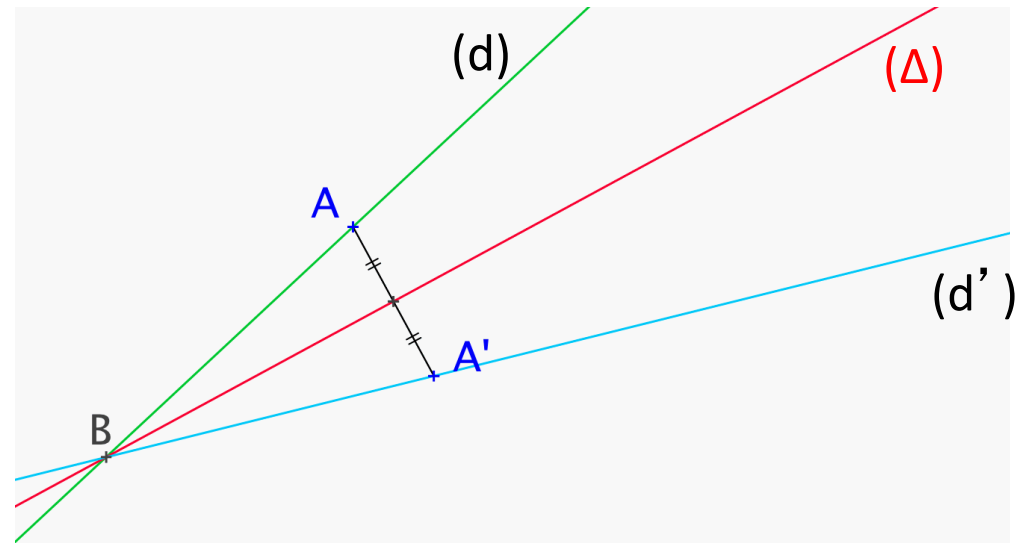
Rappel : Le symétrique d'une droite par rapport à une est aussi une droite.
Mais en général, deux droites symétriques par rapport à une droite ne sont pas parallèles.



Rappel : Le symétrique d'une droite par rapport à une est aussi une droite.
Mais en général, deux droites symétriques par rapport à une droite ne sont pas parallèles.



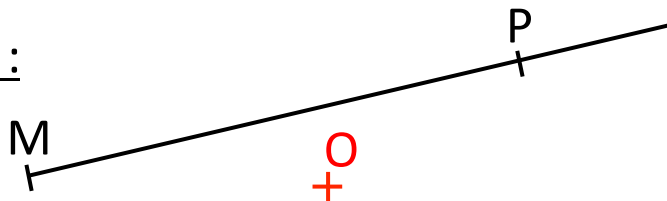
Rappel : Le symétrique d'une droite par rapport à une est aussi une droite.
Mais en général, deux droites symétriques par rapport à une droite ne sont pas parallèles.



Propriété:

Le symétrique **d'une demi-droite** par rapport à un point est **une demi-droite parallèle**.

Exemple :



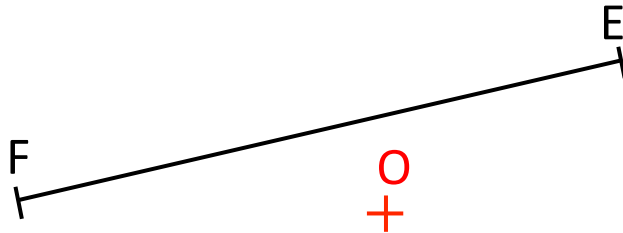
[MP) et [M'P') sont symétriques par rapport à O, elles sont donc parallèles.

c. Symétrique d' un segment

Propriété:

Le symétrique d' un segment **par rapport à un point** est un segment **parallèle** et de **même longueur**.

Exemple :



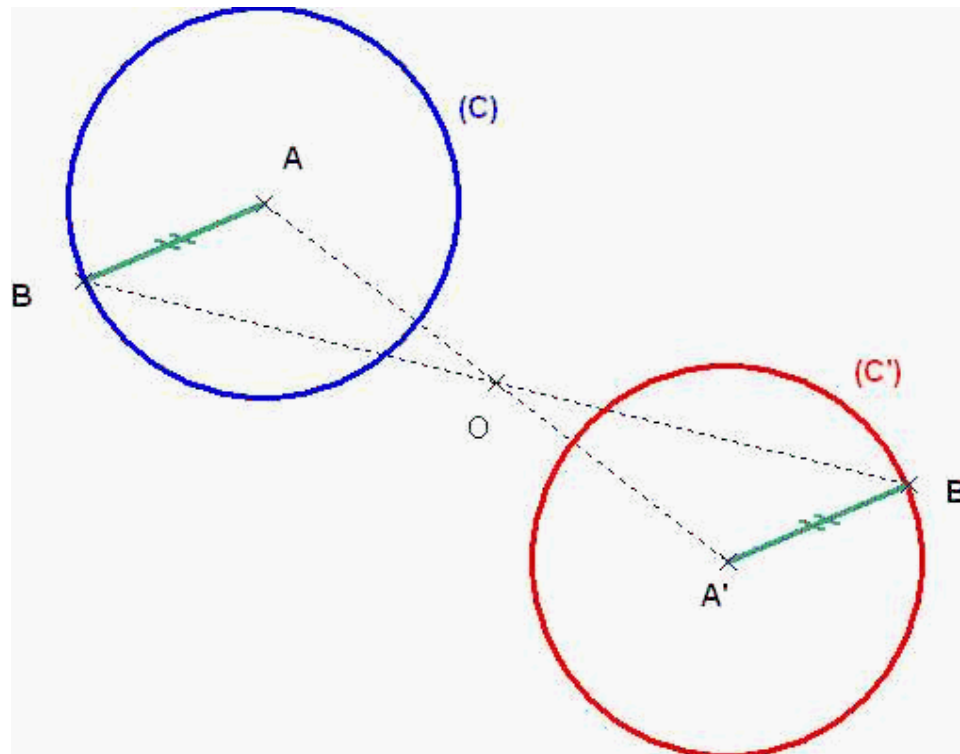
$[FE]$ et $[F'E']$ sont symétriques par rapport à O , donc ils sont donc parallèles et $FE = F'E'$.

d. Symétrique d' un cercle

Propriété:

Le symétrique d' un cercle **par rapport à un point** est un cercle de même rayon.
Les centres de ces cercles sont symétriques.

Exemple :



e. La symétrie centrale conserve....

Propriété:

La symétrie centrale conserve les longueurs, l'alignement, les mesures des angles, le parallélisme et les aires.

IV. Le centre de symétrie d'une figure

Définition : Un point O est **centre de symétrie** d'une figure lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O.

Exemples :

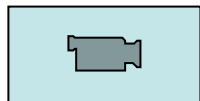
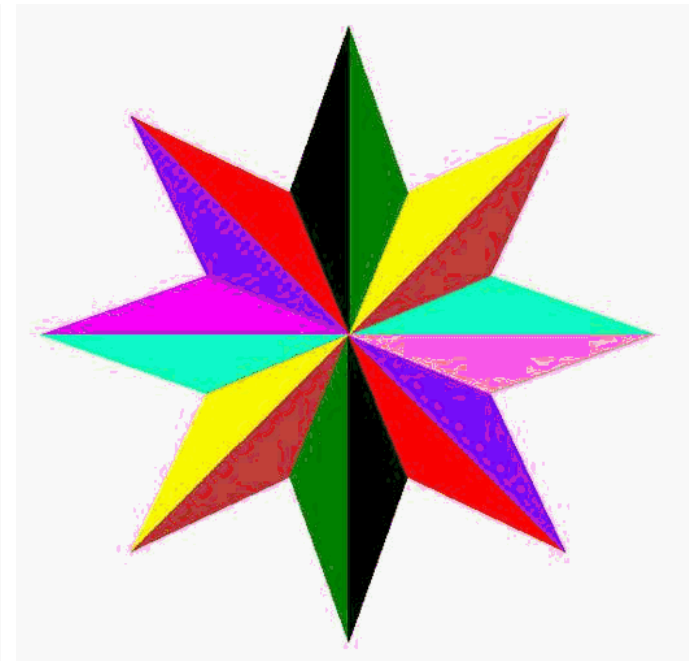
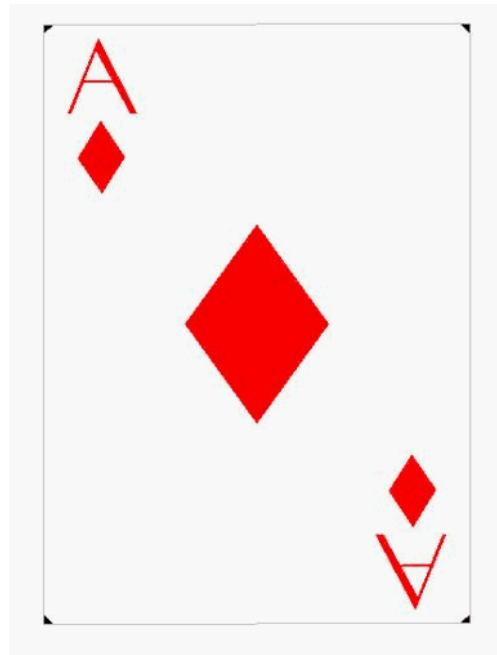
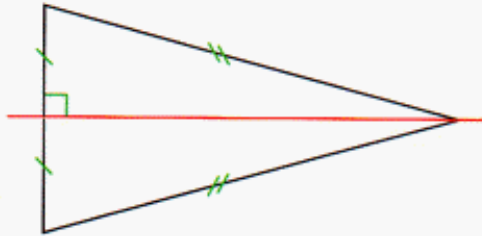


Fig mobile



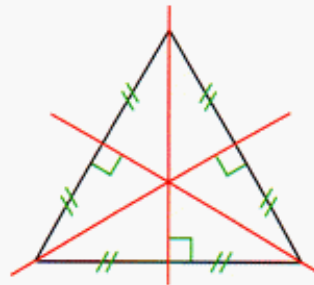
Centre et axe de symétrie des figures usuelles :

Triangle isocèle



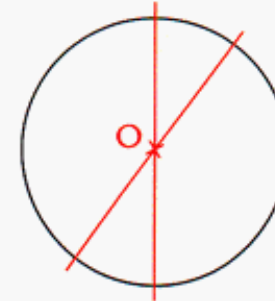
Un axe de symétrie.
Pas de centre de symétrie.

Triangle équilatéral



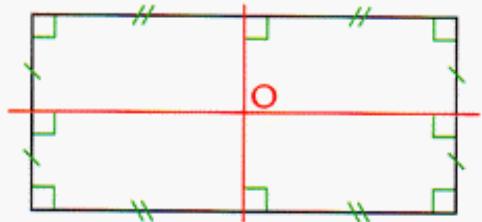
Trois axes de symétrie.
Pas de centre de symétrie.

Cercle de centre O



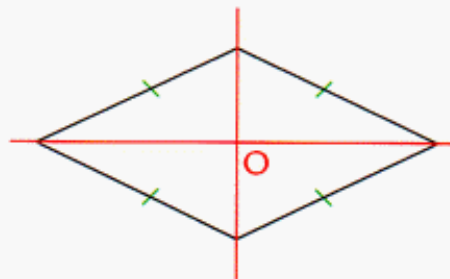
Tout diamètre est axe
de symétrie.
Un centre de symétrie : O.

Rectangle



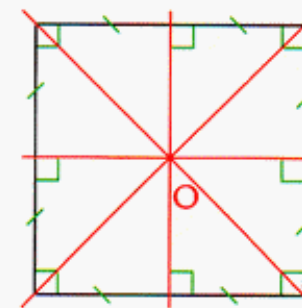
Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie : O.

Losange



Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie : O.

Carré



Quatre axes de symétrie.
Un centre de symétrie : O.