

Chapitre 8

Parallélogrammes particuliers

Savoir parfaitement :

- La définition de chacun des parallélogrammes particuliers.
- Les propriétés de ces parallélogrammes.
- Les propriétés permettant de démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle, un losange ou un carré.

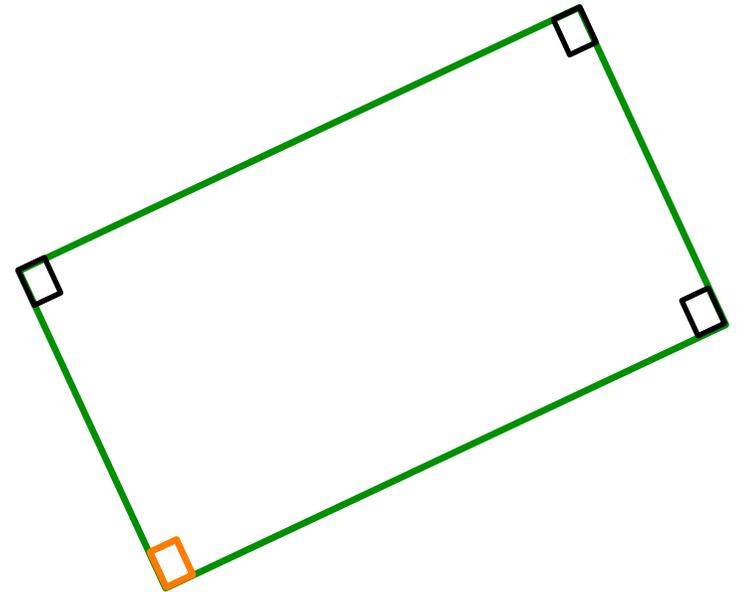
Savoir-faire à maîtriser :

- Construire un rectangle, un losange ou un carré à partir de sa définition ou des propriétés.
- Reconnaître un parallélogramme particulier.
- Démontrer à l'aide des propriétés des parallélogrammes particuliers.

I. Définitions

1. Le rectangle

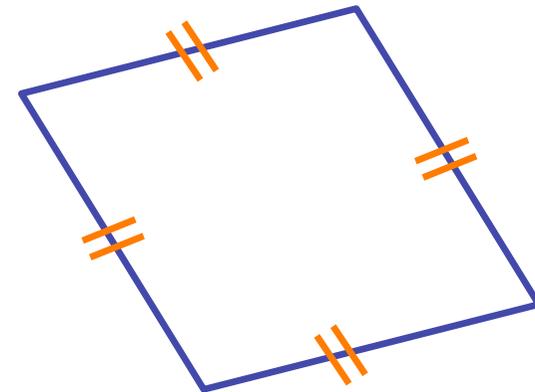
Définition : Un **rectangle** est un quadrilatère dont trois angles sont droits.



Remarque : Si un quadrilatère a trois angles droits alors le quatrième angle est aussi droit.

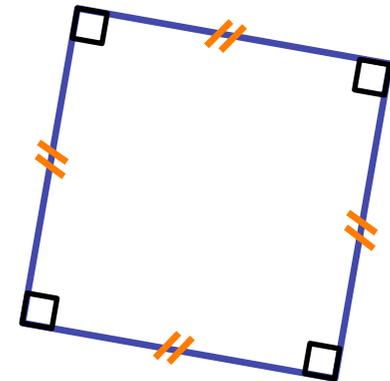
2. Le losange

Définition : Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur.



3. Le carré

Définition : Un **carré** est un quadrilatère dont trois angles sont droits et les quatre côtés sont de même longueur.



Remarque : Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

4. Propriété

Un rectangle, un losange, un carré sont des parallélogrammes particuliers, ils possèdent donc toutes les propriétés du parallélogramme :

- **ses côtés opposés sont parallèles ;**
- **ses côtés opposés sont de même longueur ;**
- **ses angles opposés sont de même mesure ;**
- **ses diagonales se coupent en leur milieu.**

II. Rectangle

1. Propriétés

Propriétés de symétrie

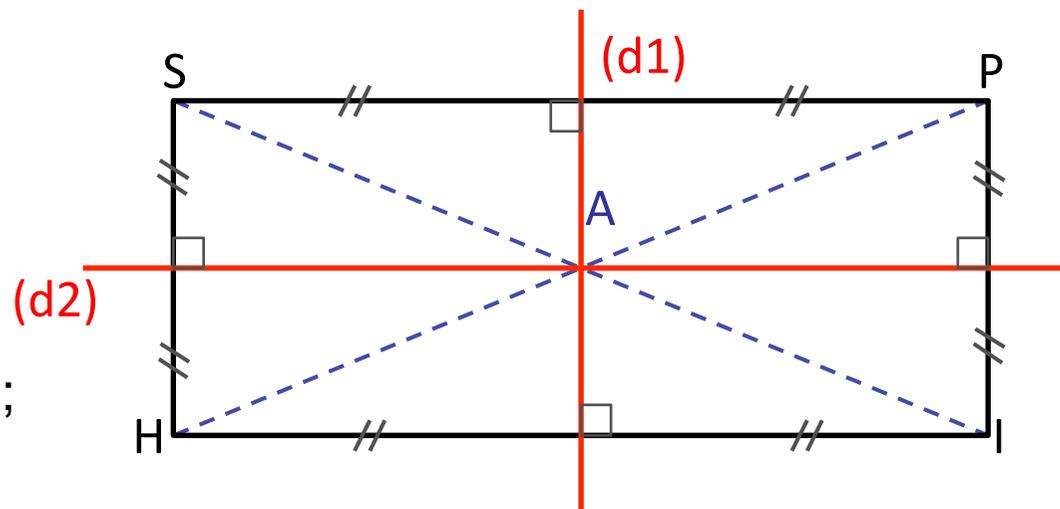
Un rectangle a :

- deux axes de symétrie: les médiatrices de ses côtés ;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :

Pour le rectangle SHIP :

- Les droites (d1) et (d2) sont ses axes de symétries ;
- Le point A est le centre du rectangle, c'est son centre de symétrie.



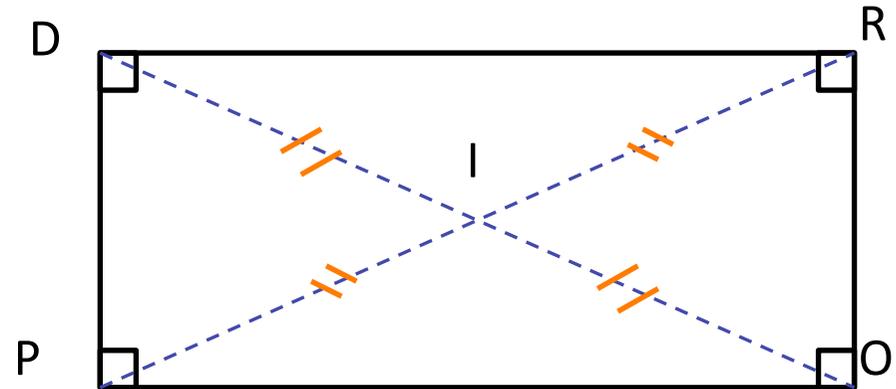
Propriétés des diagonales

Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Exemple :

DROP est un rectangle de centre I
tel que $DO = 4,6$ cm.

Quelle est la mesure de $[IP]$?



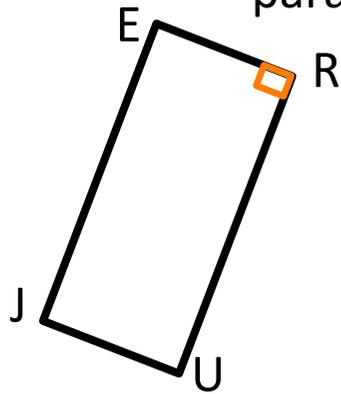
DROP est un rectangle donc ses diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu donc:
 $DI = IO = RI = IP = 2,3$ cm.

2. Comment prouver qu'un quadrilatère est un rectangle ?

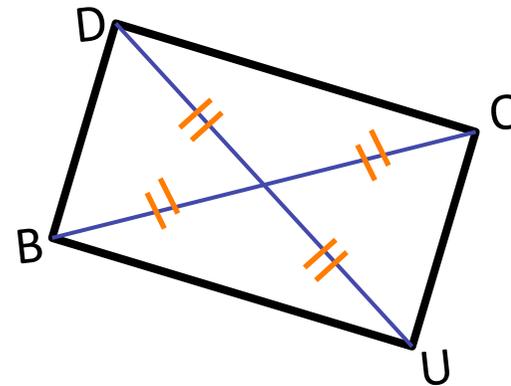
Propriétés

- Si un parallélogramme possède un angle droit **alors** c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme possède des diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.

Exemples : ERUJ est un parallélogramme.



L'angle \widehat{JER} est droit donc le parallélogramme ERUJ est un rectangle.



Les diagonales [DU] et [OB] du quadrilatère DOUB se coupent en leur milieu donc DOUB est un parallélogramme.

De plus ces diagonales ont même longueur. Donc DOUB est un rectangle.

III. Losange

1. Propriétés

Propriétés de symétrie

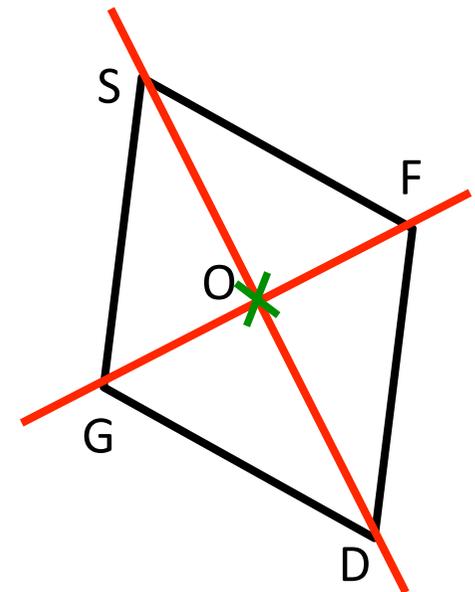
Un losange a :

- deux axes de symétrie: ses diagonales ;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :

Pour le losange SFDG :

- Les droites (SD) et (FG) sont ses axes de symétries ;
- Le point O est le centre du losange, c'est son centre de symétrie.



Propriétés des diagonales

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

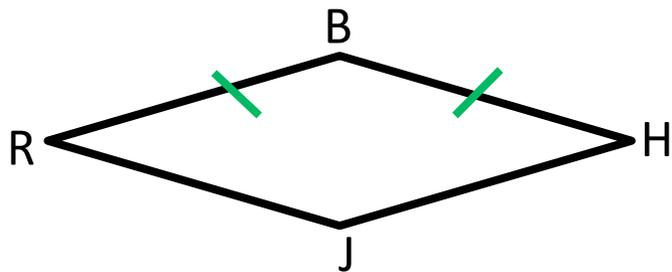
2. Comment prouver qu'un quadrilatère est un losange ?

Propriétés

- Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un losange.
- Si un parallélogramme possède des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.

Exemples :

BHJR est un parallélogramme.



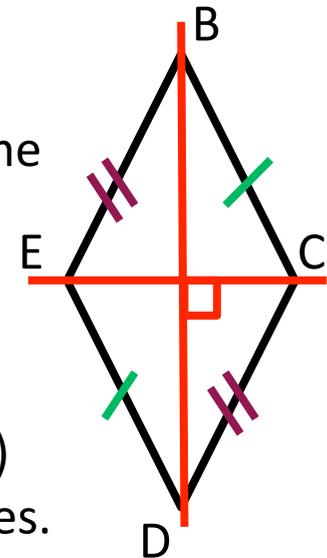
Le parallélogramme BHJR est tel que $BH = RB$.

Donc BHJR est un losange.

Le quadrilatère BCDE a ses côtés opposés de même longueur, il est non croisé donc c'est un parallélogramme.

De plus, les diagonales (BD) et (CE) sont perpendiculaires.

Donc BCDE est un losange.



IV. Carré

1. Propriétés

Propriétés de symétrie

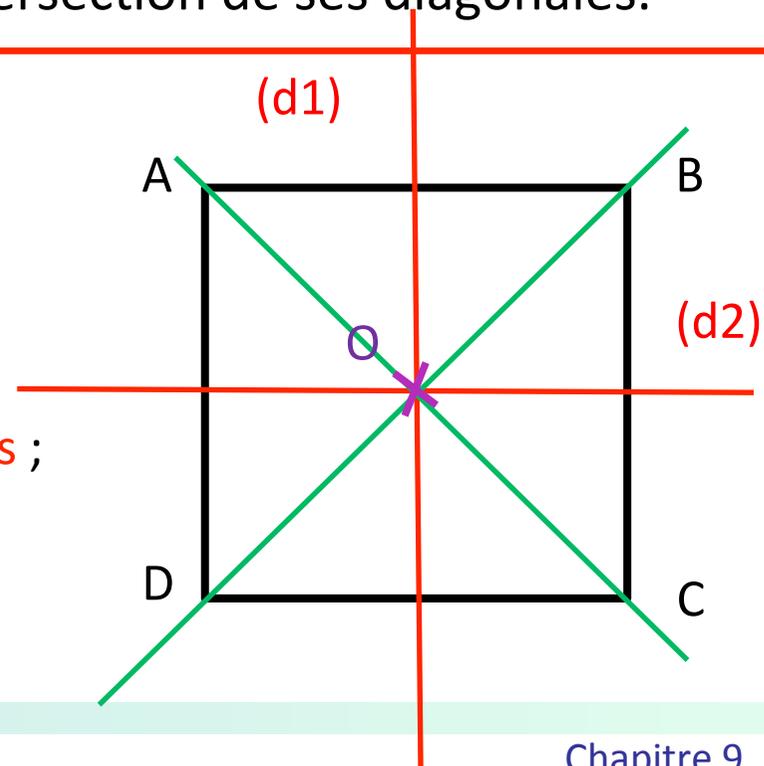
Un carré a :

- quatre axes de symétrie: ses diagonales et les médiatrices de ses côtés ;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :

Pour le carré ABCD :

- les 4 axes de symétries sont:
 - (d1) et (d2) les médiatrices de ses côtés ;
 - (AC) et (BD) ses diagonales ;
- son centre de symétrie est le point O.



Propriétés des diagonales

Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leur milieu.

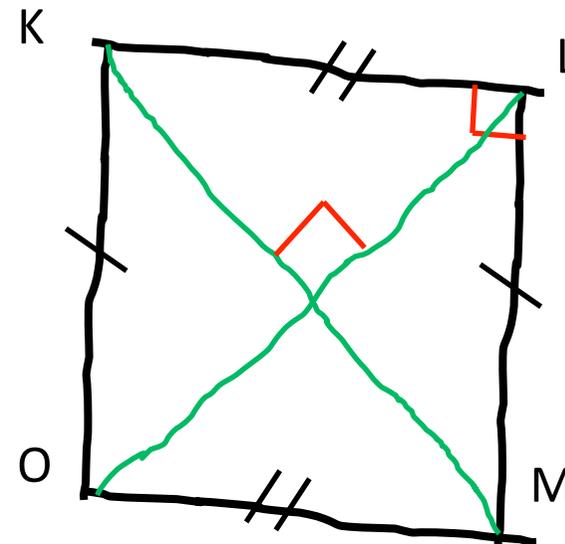
2. Comment prouver qu'un quadrilatère est un carré ?

Propriétés

- Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange **alors** c'est un carré.

Exemple :

Le quadrilatère KLMO non-croisé a ses côtés opposés de même longueur, c'est donc un parallélogramme.



De plus l'angle \widehat{KLM} est droit, KLMO est un rectangle.

Les diagonales du parallélogramme KLMO se coupent perpendiculairement, donc c'est aussi un losange.

KLMO est à la fois un rectangle et un losange c'est un carré.