voici : Partie 2
Question 7 : Pas clair
Partie 3

# 1 Introduction

Lire le corrigé n'est vraiment pas une bonne idée, mais pour vous laisser libre de choisir... Je n'écris que les pierres inspirantes. Euuu cherchez quand-même un peu avant.

# 2 Projet de DST en seconde5,6

1/ Soit $f : x \mapsto x - x^2$. On suppose que $u, v$ sont des nombres de l'intervalle $[500, 1000]$ et que $u < v$. Prouver que $f(u) > f(v)$

$f(v) - f(u) = (u - v)(u + v - 1)$ (calcul de CLG) de la forme négatif fois positif d'après l'hypothèse. Donc $f(u) > f(v)$

2/ On suppose que les vecteurs $u(3, x)$ et $v(4, x)$ sont colinéaires. Prouver que $x = 0$.

$3x = 4x$ donc ...

3/ Repère orthonormé. Pour des vecteurs $u, v$, on écrit $u \perp v$ pour abréger << les flèches qui représentent $u$ sont perpendiculaires aux flèches qui représentent $v$.

3.1/ Essayez de justifier comme vous pouvez, mais sincèrement, que si $u = (a, b)$ et $v = (-b, a)$ alors $u \perp v$.

3.2/ En déduire que si le produit des pentes de deux droites vaut $(-1)$ alors elles sont perpendiculaires

On peut se servir de (3.1) ici, même si on n'a pas pu le justifier. Comme l'égalité des pentes équivaut au parallélisme des droites, on peut supposer qu'elles passent toutes deux par $(0, 0)$. Nommons-les: $d_1 := [y = ax]; d_2 := [y = bx]$. Hypothèse $ab = (-1)$. $(1, a)$ dirige $d_1$ et $(a, ba)$ dirige $d_2$, mais comme $ba = -1$, le vecteur $(a, -1)$ dirige $d_2$. Les deux vecteurs sont $\perp$

4.1/ Prouver que $\sqrt{x} - \sqrt{y} = (x - y)$ divisé par $(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

4.2/ En déduire que la fonction $\sqrt{\ }$ est strictement croissante sur l'intervalle $[32, 101[$

Même idée qu'en (1)

5/ Après augmentation de 41% du nombre $w$ on obtient 73. Peut-on en déduire qui est $w$?

Oui, car on sait que $w \times 1.41 = 73$

6/ Proposer des nombres $a, b$ pour que pour tout nombre $x$ qui n'annule pas $11x - 3$ : $\frac{7x-1}{11x-3} = a + \frac{b}{11x-3}$

Si $11 - 3x \neq 0$ alors (CLG) $a + \frac{b}{11x-3} = \frac{a(11x-3)+b}{11x-3} = \frac{11ax+(b-3a)}{11x-3}$ permettant un WANTED de $[11a = 7$ et $b - 3a = (-1)]$

7/ Soit $f$ la fonction $x \mapsto x^2 + x + 1$. Soit $A$ l'ensemble des points qui peuvent dire << en m'appelant $A$ et en appelant $B$ le point tel que $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnée $(8, 5)$, le point $B$ est sur la courbe de $f$ >>. Proposer alors des nombres $a, b, c$ qui garantissent que $A$ est la courbe de la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$

8/ Aujourd'hui tu as 3 fois mon âge. Dans 15ans, tu auras le double que l'âge que j'aurai alors.

8.1/ Soit $a$ l'âge de "je" aujourd'hui et $b$ l'âge de "tu" aujourd'hui. Proposer deux égalités, séparées par un "et", qui traduisent l'affirmation.

$b = 3a$ et $b + 15 = 2(a + 15)$

8.2/ Considérant ce que dit "je" comme une hypothèse, peut-on déduire qui sont $a, b$?

9/ Résoudre $[9x - 2 > 2x + 50; inc\ x]$

$[(9x - 2) - (2x + 50) > 0] =_{CLG} [7(x - (52/7)) > 0] = [x > 52/7]$

10/ En augmentant $x$ de 70%, on obtient la même chose que si on augmente $y$ de 200%. De plus $x > 1000$. Proposer $a$ pour être sûr, sans en connaître plus sur $x, y$ que $y = ax$.

Le WANTED est de garantir $y = ax$ sachant que $1.7x = 3y$

11/ Il y a deux fois plus de femmes que d'hommes et deux moins de femmes qui fument que d'hommes qui fument. Les nombres étant non nuls, combien obtient-on si on divise le nombre de femmes qui fument par le nombre d'hommes qui fument?

C'est écrit, on obtient 1 demi

## 3 1S2

1/ Proposer $a, b, c$ pour que pour tout nombre $x : (x^3 + x + 1) - (t^3 + t + 1) = (x - t)(ax^2 + bx + c)$, en admettant que $t = 77$.

2/ Prouver que $(|x| + x) \times 0.5$ est le plus grand des deux nombres entre 0 et $x$.

si $x > 0$ alors $|x| + x = 2x$ et c'est vrai. Si $x < 0$ alors $|x| + x = 0$ et c'est encore vrai

3/ En utilisant (2), proposer une formule à mettre dans les pointillés n'utilisant que la valeur absolue et les signes d'opérations $+ - \times /$ (et les lettre $x, y$) garantissant que :

$$max(x, y) = \dots$$

4/ Soit $u$ une suite telle que pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 10u_n + 3$. De plus $u_0 = 5$. Justifier de votre mieux que pour tout entier $p$, le nombre $u_p$ s'obtient en multipliant $5 + \frac{1}{3}$ par $10^p$, puis en retirant $(1/3)$

5/ Soit $w$ une suite telle que pour tout entier naturel $n : w_{n+1} = 10w_n + 4$. De plus $w_0 = 5$. Calculer $w_1; w_2; w_3$.

5.1/ Proposer $k$ pour garantir que pour tout entier $n : (w_n n + 1 + k) = 10 \times (w_n + k)$.

Le WANTED, $[10w_n + 4 + k = 10w_n + 10k]$ est réalisé dès que trouvé $k$ tel que $4 + k = 10k$. On peut proposer $k := \dots$

5.2/ Prouver qu'alors la suite $n \mapsto (w_n + k)$ est géométrique et exprimer (le signe puissance est autorisé) combien vaut $w_{5000}$ sans passer par les 5000 calculs intermédiaires.

$w_{5000} + k = (w_0 + k) \times (10^{5000})$

6/ Proposer des vecteurs $u, v$ de sorte que leur norme à tous les deux soit 3 et que $u$ dirige la droite d'équation $[7x - y = 5 + 2y]$ et $v$ soit normal à d.

$d$ est la droite $[7x + (-3)y + (-5) = 0]$. Le vecteur $(7, -3)$ est norma à $d$ et le vecteur $(3, 7)$ la dirige. Hélas, ils n'ont pas les normes demandées, mais il n'y a qu'à les raccourcir ou les rallonger en les multipliant par des nombres adéquats

7/ Soit $A(5, 1); B(2, 9)$ et $C(7, 70)$. Proposer un point $E$ qui soit sur la droite $(AB)$ tel que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$

Ecrivez une équation de (AB) et dites que $E$ doit être dessus et en même temps que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = Connu$. Système de deux équations dont les inconnues sont les coordonnées de $E$ à satisfaire

8/ Etudier les variations de $x \mapsto \frac{x}{5+x^2}$, puis trouver où elle atteint son maximum.

Après avoir dérivé, ne développez pas le dénominateur $(5+x^2)^2$ car vous seriez alors dans le KKboudin

9/ (Défi) Soit $f : (x, y) \mapsto blabla$ où $blabla$ est une expression écrite avec les 4 opérations de l'école primaire et les lettres $x, y$. Soit $a, b$ des nombres. Exceptionnellement on note $D$ la dérivation (ie au lieu de dire $f'$, on écrit $D(f)$).

Essayer (sans demander à personne) de trouver sur internet quel théorème célèbre dit que

$$D(y \mapsto D(x \mapsto f(x, y))(a))(b) = D(x \mapsto D(y \mapsto f(x, y))(b))(a)$$

10/ Quel est le centre du cercle d'équation $[x^2 + y^2 + 5x + 7y = 10^7]$. En combien de points coupe-t-il la droite d'équation $[3y = x + 1]$?

C'est le cercle $[(x+2.5)^2 + (y+3.5)^2 = tant]$, c'est à dire le cercle de centre ... et de rayon ...