

1 Mode d'emploi

Les exercices sont en deuxième partie et ressemblent le plus que j'ai pu à ceux qui tombent au bac, autant en difficulté qu'en thématique. La première partie est une liste de conseils ou de rappels de cours. La sincérité dans vos révisions (ie ne pas bâcler, ne pas bluffer) est la démarche la plus efficace pour se préparer. Dans la suite, d'éventuelles et rares abréviations peuvent survenir:

\forall veut dire *quel(s) que soi(en)t*
 \exists veut dire *il existe*

2 Rappel cours à connaître (formules, méthodes, théorèmes, règle de sincérité)

2.1 Pourcentages

Votre cours est déjà complet. Il vous appartient de le retrouver ou de le récupérer. Je rappelle les virages importants entre l'âge adulte et l'enfance.

1/ Il s'agit d'un cours de langue, il n'y a pas de maths et presque pas de logique intérieure dedans. Petit, vous ajoutiez 30 et 3 pour obtenir 33 quand on vous demandait d'augmenter 30 de 10%. Adultes, vous multipliez 30 par 1.1.

2/ Aucun recours à une intuition naive scripturale n'est attendu. Par exemple on ne retombe pas que le nombre de départ, après une augmentation de 30%, en baissant de 30%. Cela provient des règles de langue de passage entre journalisme et science. Le journaliste dit *augmenter de 40%* à la place de multiplier par 1.4. Du coup, ça crypte tout.

3/ Le signe % est SEULEMENT une abréviation snob de 0.01, c'est à dire centième. Il suit par exemple qu'on peut vous demander une écriture décimal de 950% et c'est 9.5. Très exactement au même titre que 950 centimes = 9 euros 50.

4/ Il en va de même du mot *taux d'évolution*, qui n'avait aucune raison scientifique d'exister, mais on embête les STMG et les ES avec lui. Ça veut juste dire *coefficient multiplicateur moins UN*. Par exemple, quand vous passez de 5 à 30, et bien le CM est 6 et le TE est 5, car $6-1=5$. Rien de plus. Le journaliste parlera d'augmentation de 500% et le matheux d'une multiplication par 6.

5/ Ce sont les CM qui sont importants, et c'est souvent avec les TE qu'on vous demandera de présenter SEULEMENT les conclusions, et ... qu'on vous présentera les hypothèses. Par exemple, on passe de X à Y avec un TE de 3, puis de Y à Z avec un TE de 10 et on vous demande le TE global. Et bien il faut regarder les CM:

$$Z = (11 \times Y) = 11 \times (4 \times X) = (11 \times 4) \times X = 44 \times X$$

Le TE est global est 43.

Comme il s'agit souvent de petits nombres, attention, ils sont souvent exprimés en centièmes (c'est à dire en pourcents)

6/ Rappel des règles de TRADUCTION journalisme \rightarrow maths:

journaliste	matheux
x de y	$x \times y$
$x\%$	$x \times 0.01$
pourcent	centième
x augmenté de la proportion p	$x \times (1 + p)$
x baissé (ou diminué) de la proportion p	$x \times (1 - p)$
Proportion de A parmi (ou dans) B	(nombre (ou poids) de $A \cap B$) divisé par (nombre (ou poids) de B)
Coefficient multiplicateur pour passer de X à Y	Y divisé par X
Coefficient multiplicateur pour passer de X à Y	nombre par qui on multiplie X pour obtenir Y
Taux d'évolution qui fait passer de X à Y	coef mult qui fait passer de X à Y auquel on retire 1

2.2 Suites

Là aussi, vous avez un cours complet, que je vous ai moi-même tapé!! Quelques points importants:

1/ Il ne faut pas avoir peur des lettres. Une suite est une banale fonction, mais comme on peut en écrire des débuts, ça ne se voit pas trop. Par exemple le début de la suite $n \mapsto n^2 + 3$ est 3; 4; 7; 12; *etc.* Car $u_0 = 3$ et $u_1 = 4$ et $u_2 = 7$, *etc.*

2.1/ Contrairement aux fonctions auxquelles vous êtes habitués, il y a une façon de sélectionner (les gens disent définir, mais c'est une faute) des suites avec ce qu'on appelle une *définition par récurrence*. Au lieu de vous dire comment calculer u_n pour chaque n d'un seul coup comme en (1) ci-dessus, on vous dit comment obtenir u_{n+1} à partir de u_n (et ce pour chaque n).

2.2/ Les notations critiquables du secondaire sont multiples en ce qui concerne les suites. Elles peuvent vous faire oublier qu'une suite est une fonction. donc ne l'oubliez pas. Le tableau suivant résume les fautes trouvées dans les livres et sujets de bac.

Notation correcte	notation abusive	commentaire
$u(n)$...	pas de notation abusive
u	(u_n)	faute commise dans la plupart des documents scolaires
$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$	(u_n)	faute commise dans la plupart des documents scolaires
u_n	...	pas de notation abusive

De manière générale, la notation $a(b)$ et la notation a_b sont synonyme et abrègent *image de b par a*, sauf quand la contexte refuse à a le statut de fonction.

3/ Quand vous allez devoir trouver u_5 , vous saurez comment l'obtenir à partir de u_4 , mais encore vous faudra-t-il trouver u_4 , or vous saurez l'obtenir à partir de u_3 , mais encore vous faudra-t-il trouver u_3 , or vous saurez l'obtenir à partir de u_2 , mais encore ...

4/ Le bac est très peu exigeant. Vous devez connaître le vocabulaire à propos de deux genres très particuliers de suites, qui sont très rares, mais très utilisées au bac. Les suites arithmétiques et les suites géométriques.

5/ Vous savez depuis l'enfance (sans le vocabulaire, mais sur le fond) ce qu'est une suite arithmétique. Elle a une raison fixe r et, pour tout n , on passe de u_n à u_{n+1} en ajoutant r . Par exemple, voici un début de suite arithmétique de raison 3 : 40; 43; 46; 49; ... Vous savez depuis le CE1 que le nombre obtenu, même sans connaître le mot "suite", après 15 points virgules est $40 + (3 \times 15)$, et plus généralement après p points virgules est $40 + (3 \times p)$

6/ Les suites géométriques ont une raison fixe et pour passer de chaque u_n à u_{n+1} , on multiplie par cette raison. Depuis la cinquième quatrième, vous connaissez l'opération puissance. Exemple de début d'une suite géométrique de raison 10 :

50; 500; 5000; 50000; ...

7/ Attention, le mot "raison" est utilisé pour les deux sortes de suites, ce qui est maladroit mais ainsi.

8/ L'un des "gros" pièges du bac est qu'on peut vous raconter un roman qui finit par stipuler que pour chaque n , on obtient u_{n+1} en augmentant u_n de 22%. N'oubliez pas qu'alors on fait une MULTIPLICATION et non pas une addition. On obtient une suite GEOMETRIQUE de raison 1.22, puisque pour chaque $n : u_{n+1} = 1.22 \times u_n$

2.3 Variation de suites

Je vous donne les théorèmes à connaître sans aucun commentaire. Il s'agit de théorèmes et non de définitions, car les mots croissantes, *etc.* ont déjà été définis pour ce qui concerne toutes les fonctions, dont les suites sont des cas particuliers. Même si au bac, vous serez peu épurés là-dessus, ce statut de théorème est important, par exemple dans d'autres filières, et pas juste une décoration, car une fois établi que $\forall n : u(n+1) \geq u(n)$, vous êtes autorisés à affirmer sans autre justification que $u_{1478} \geq u_{102}$.

T1/ Soit u une suite arithmétique de raison r non nulle. Alors elle est [if $r > 0$ then croissante else décroissante]

T2/ Soit u une suite géométrique de raison q non nulle et positive, avec que des termes positifs. Alors elle est [if $q > 1$ then croissante else décroissante]

T3/ Pour toute suite u , u est croissante ssi pour tout entier naturel $n : u_{n+1} \geq u_n$

T4/ Pour toute suite u , u est croissante ssi pour tout entier naturel $n : u_{n+1} \leq u_n$

En fait vous croyez déjà d'avance à ces théorèmes. C'est juste leur expression linguistique qui vous parait du chinois. Un raison positive, par exemple 0.4, pour une suite arithmétique donne par exemple l'extrait 5; 5.4; 5.8; 6.2; ... Plus on avance plus les termes sont grands.

Un raison négative, par exemple (-3), pour une suite arithmétique donne par exemple l'extrait 100; 97; 94; 91; ... Plus on avance plus les termes sont petits.

Même mécanisme pour les géométrique. Multiplier un nombre positif par un nombre plus petit que 1 le fait baisser et par un nombre plus grand que 1 le fait monter. Il est très peu probable qu'au bac vous rencontriez des suites arithmétiques de raison 0 ou des suites géométriques de raison 1 en STMG (Mais de vous-mêmes, vous pourriez parier que ce sont des suites constantes).

2.4 Probas et stats

Je rappelle comment les maths décrivent formellement les probas:

1/ On a un zoo, composé d'animaux. Chaque animal est une ISSUE du zoo.

2/ On ne s'intéresse PAS FORCEMENT aux nombres d'animaux. Mais plutôt aux poids totaux. Quand on s'intéresse aux nombres d'animaux, c'est juste parce qu'on s'est placé dans un modèle où chaque animal a le même poids que chaque autre.

3/ Les EVENEMENTS sont comme étant les ENSEMBLES d'animaux. Le POIDS d'un ensemble est défini comme la somme des poids de ses éléments. Il suit que le poids de l'ensemble vide est 0.

4/ Là très important: **on choisit TOUJOURS une unité de poids de sorte que le poids total du zoo EST 1, mesuré dans cette unité.** C'est pour ça que dans les probas, la probabilité d'un événement est toujours comprise entre 0 et 1.

5/ Le signe \cap traduit le "et". L'ensemble $A \cap B$ veut dire l'ensemble des objets qui peuvent dire *je suis Et dans A Et dans B*. Je viens d'écrire de manière appuyée donc fautive. Froidement l'ensemble $A \cap B$ veut dire l'ensemble des objets qui peuvent dire *je suis dans A et je suis dans B*.

6/ Le signe \cup traduit le "ou". L'ensemble $A \cup B$ veut dire l'ensemble des objets qui peuvent dire *je suis dans au moins un des deux ensembles A; B*.

7/ Vous avez l'important théorème $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ qui vous a été notifié en seconde et qui est en fait évident sur un tableau à double entrée, que je donne dans le contexte général ci-dessous:

	A	non(A)	Total
B	x	y	$x + y$
non(B)	z	t	$z + t$
Total	$x + z$	$y + t$	$x + y + z + t = 1$

le théorème de seconde évoqué disant que $(x + y + z) + x = (x + z) + (x + y)$

8/ En 1STMG, vous avez aussi à connaître la notation $P_A(B)$ qui est une abréviation de $\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ et qui se dit en français *probabilité de tomber sur un élément de B sachant qu'on est tombé sur un élément de A*

8/ **Traduction: on ne parle pas de zoo, mais d'univers, mais rien d'autre ne change**

2.5 Tableau croisés et à double entrée

Vous m'avez presque tous dit que c'est simple et avoir compris. N'hésitez cependant pas à me redemander si vous voulez un kit prêt à l'emploi. Je rappelle que les gens peuvent utiliser proportion et fréquence dans le même sens et que fréquence conditionnelle se définit comme probabilité conditionnelle. Par un théorème de maths sur les fractions il revient au même de diviser ou pas en haut et en bas (je veux dire par là d'avoir choisi une unité de poids pour que le zoo pèse 1 au total), par exemple:

$$\frac{P(\text{LionsNoirs})}{P(\text{LionsEnTout})} = \frac{\text{PoidsTotalLionsNoirs}}{\text{PoidsTotalLionsEnTout}}$$

2.6 Les fonctions du premier degré

1/ En seconde vous les avez appelées *fonctions affines*.

2/ Le bac peut vous évaluer gentiment dessus.

3/ [*f* est affine] est une abréviation de [il existe des nombres a, b tels que POUR TOUT NOMBRE $x : f(x) = ax + b$].

4/ Leur courbe est une droite et en dehors des droites verticales (parallèles à l'axe des ordonnées), toute droite est courbe d'une fonction affine

5/ La courbe de la fonction affine ($x \mapsto ax + b$) est la droite d'équation [$y = ax + b$]

6/ Les exercices typiques donnés au bac sont ceux de seconde qui sont faciles. Par exemple, on vous donne 2 points A, B et vous demande de trouver a, b pour que la fonction $x \mapsto ax + b$ aient A ainsi que B sur sa courbe.

7/ Il est EVIDENT que la la courbe [(x-abscisse de A)(ordonnée de B - ordonnée de A) = (abscisse de B-abscisse de A)(y - ordonnée de A)] passe par A et par B . Pour A à partir du CP, pour B de naissance (au langage près). Il n'est pas évident, mais il est connu en seconde que cette courbe est une droite.

7.1/ Par exemple Si $A(5, 1)$ et $B(9, -3)$, la droite d'équation [($x - 5$)($-3 - 1$) = ($9 - 5$)($y - 1$)] est celle qui passe par A et par B . Si vous voulez en obtenir une équation dite *réduite*, c'est à dire de la forme [$y = ax + b$], vous simplifier sans changer la droite:

$$\begin{aligned} (x - 5)(-3 - 1) &= (9 - 5)(y - 1) \iff \\ (-4)(x - 5) &= 4(y - 1) \iff \\ -4x + 20 &= 4y - 4 \iff \\ 4y &= -4x + 24 \iff \\ y &= \frac{-4x + 24}{4} \iff \\ y &= (-1)x + 6 \end{aligned}$$

7.2/ La classe de seconde vous apprend aussi "par coeur" que le a cherché vaut $a := \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ et qu'ensuite, vous compléter facilement pour trouver le b cherché et répondre c'est la droite [$ax + b$]

7.3/ Si la droite d est dessinée, elle est la courbe de $y = (\text{pente de } d) \times x + \text{ordonnée à l'origine de } d$, l'ordonnée à l'origine de d voulant dire *ordonnée du point de } d \text{ qui coupe l'axe des ordonnées}*.

8/ Le tableau de signes de la fonction affine $x \mapsto ax + b$ est [if $x < \frac{-b}{a}$ then SigneDe(-a) else SigneDe(a)], autrement dit, si $a \neq 0$:

x	$] -\infty, \frac{-b}{a}[$	$\frac{-b}{a}$	$]\frac{-b}{a}, +\infty[$
$ax + b$	SigneDe(-a)	0	SigneDe(a)

2.7 Second degré

En 1STMG vous avez très peu de choses à savoir et une partie d'entre elles est graphique.

1/ [*f* est un trinôme du second degré] est une abréviation de [il existe des nombres a, b, c tels que a n'est pas nul et POUR TOUT NOMBRE $x : f(x) = ax^2 + bx + c$]

2/ Les racines du trinôme sont les antécédents de 0 par f . Il y en a au plus 2, parfois 1, parfois 0.

3/ Il n'est pas demandé en STMG de savoir résoudre l'équation $[ax^2 + bx + c = 0; \text{inconnue } x]$ avec le discriminant, etc. Au bac, on vous aidera à trouver, les éventuelles solutions par des questions guidées le cas échéant.

4/ Vous avez l'important théorème de factorisation suivant, quand on note S l'ensemble des solutions de $[ax^2 + bx + c = 0; \text{inconnue } x]$ et suppose $a \neq 0$, valable quelles que soient les valeurs des lettres:

$$S = \{u; v\} \iff (\forall x \in \mathbb{R} : [ax^2 + bx + c = a(x - u)(x - v)])$$

4.1/ De plus, si $S = \{u; v\}$ alors $[x \mapsto (ax^2 + bx + c)]$ atteint son [if $a > 0$ then minimum else maximum] en $(-b)/(2a)$ (qui vaut en plus $\frac{u+v}{2}$)

5/ Bouger la parabole du geogebra mis en lien pour vous familiariser avec ces connaissances.

6/ Le bac demande souvent de résoudre $E := [x^2 = a; \text{inconnue } x]$. L'ensemble des solutions de E est:

if $a < 0$ then Ensemble Vide else if $a = 0$ then $\{0\}$ else $\{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$

7/ Il n'est pas exclu de vous demander de résoudre $[ax^2 + c = 0; \text{inconnue } x]$, que vous pouvez résoudre en remarquant que les solutions sont les mêmes que pour

$$[x^2 = -\frac{c}{a}]$$

8/ Les points 6 et 7 se prouvent via l'identité remarquable, que vous devez connaître au bac suivante:

$$\forall a, b : a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

qui donne pour a, b positifs $a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

9.1/ Le tableau de variation de $x \mapsto ax^2 + bx + c$ est, pour $a \neq 0$:

*	$] -\infty, \frac{-b}{2a}[$	$\frac{-b}{2a}$	$] \frac{-b}{2a}, +\infty[$
$x \mapsto ax^2 + bx + c$	(if $a > 0$ then décroissante else croissante)	if $a > 0$ then minimum else maximum	(if $a > 0$ then croissante else décroissante)

9.2/ Vous pouvez visualiser avec geogebra

10.1/ Vous pouvez être amené à devoir écrire la forme factorisée d'un trinôme, par exemple $x \mapsto 3x^2 + bx + c$ présenté par son tableau de signes, comme suit:

x	$] -\infty, u[$	u	$]u, v[$	v	$]v, +\infty[$
$3x^2 + bx + c$	+	0	-	0	+

qui est $x \mapsto 3(x - u)(x - v)$

10.2/ Vous pouvez être amené à devoir écrire la forme factorisée d'un trinôme, par exemple $x \mapsto -7x^2 + bx + c$ présenté par son tableau de signes, comme suit:

x	$] -\infty, u[$	u	$]u, v[$	v	$]v, +\infty[$
$-7x^2 + bx + c$	-	0	+	0	-

qui est $x \mapsto -7(x - u)(x - v)$

10.3/ et d'une manière générale, celle de $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ayant le TV suivant, a n'étant pas nul:

x	$] - \infty, u[$	u	$]u, v[$	v	$]v, +\infty[$
$-7x^2 + bx + c$	if $a > 0$ then + else -	0	if $a > 0$ then - else +	0	if $a > 0$ then + else -

est $x \mapsto ax^2 + bx + c$

2.8 Lecture graphique, courbe de fonction

Dans cette section la courbe représentative C de f est supposée affichée sur l'écran ou sur votre sujet d'interrogation écrite, etc. Toutes les informations ci-dessus sont visualisable sur les geogebra accompagnant ce document.

1/ $f(a)$ signifie *ordonnée du point de C qui a comme abscisse a*

2/ [antécédent de a par f] signifie *nombre qui est l'abscisse d'un point de C dont l'ordonnée est a*

3/ Autrement dit: $[f(u) = v] \iff [\text{l'image de } u \text{ par } f \text{ est } v] \iff [u \text{ est un antécédent de } v \text{ par } f]$

4/ Résoudre une équation ou une inéquation E c'est DÉCRIRE de manière simple l'ENSEMBLE des valeurs qui rendent la phrase de E vraie, obtenue une fois qu'on a remplacé l'inconnue par la valeur.

5.1/ Par exemple l'ensemble des solutions de l'inéquation $[f(x) > 3; \text{ inconnue } x]$ est l'ensemble des abscisses des points de C qui ont une ordonnée > 3 . Voir le geogebra qui fait ça tout seul, et passer un peu de temps à bien tout figer.

5.2/ Autre exemple l'ensemble des solutions de l'équation $[f(x) = 11; \text{ inconnue } x]$ est l'ensemble des antécédents de 11 par f .

3 Structure du sujet

20mn d'automatismes sur 5 points (avec 10 questions, soit 0.5pt par question). SANS CALCULATRICE!! 1h40 d'exercices avec questions enchainées. Cette section sera complétée demain.

4 Exercices non enchainés, automatismes

45% des filles de la classe sont rousses. Il y a 5 rousses. Combien de filles en tout?

74% des gens sont bruns dans une salle de 3000 personnes. Combien de bruns?

300 skieurs parmi, au total une foule de 5000 personnes. Quel est le pourcentage de skieurs?

Combien obtient-on après avoir augmenté 50 000 000 000 de 200%?

Dans une population, il y a 40% de blondes, dont 30% sont sportives. Quel est le pourcentage global de blondes sportives dans la population?

Deux lignes sont proportionnelles. La première indique 5;80;3 et la deuxième indique 100;X;60. Qui est X?

Diminuer un nombre de 2% revient à à multiplier par combien?

Donner une équation de la droite passant par les points (5, 9) et (1, 15)

Développer et réduire $(2x - 3)^2$

Faire le tableau de signes de $x \mapsto (6 - 3x)(x + 7)$

Faire tableau de signes de $x \mapsto 7x - 1$

L'augmentation de 15% revient à multiplier par combien?

Le point (5,6) est-il sur la droite d'équation $y = 3x - 7$?

On passe de X à Y par une augmentation de 30%, puis de Y à Z par une augmentation de 5%. Quel taux d'évolution fait passer directement de X à Z?

Pour tout $n : u_n = 0.1^n \times 1000$. Prouver que u est une suite géométrique dont vous donnerez la raison et le premier terme.

Pour tout $n : u_n = 0.1n + 10$. Prouver que u est une suite arithmétique dont vous donnerez la raison et le premier terme.

Pour tout $n : u_n = 1 + 3n$. Prouver que u est une suite arithmétique dont vous donnerez la raison et le premier terme..

Pour tout $n : u_n = 3^n$. Prouver que u est une suite géométrique dont vous donnerez la raison et le premier terme..

Pour tout $n : u_n = 7^n \times 8$. Prouver que u est une suite géométrique dont vous donnerez la raison et le premier terme..

Pour tout $n : u_n = 7n - 8$. Prouver que u est une suite arithmétique dont vous donnerez la raison et le premier terme..

Pour tout $n : u_n = \frac{n+3}{5}$. Prouver que u est une suite arithmétique dont vous donnerez la raison et le premier terme..

Pour chacune des 7 suites précédentes donner son sens de variation

Quel pourcentage d'augmentation fait passer de 0.35 à 0.42?

Quel pourcentage d'augmentation fait passer de 50 à 51?

Quel taux d'évolution fait passer de 60 à 50?

Résoudre l'équation $7x - 1 = 8$

Résoudre l'équation $\frac{3x+1}{6} = 3$

Soit $f : x \mapsto 9x + 5x + 1$. On admet que f atteint son minimum en $-\frac{5}{18}$. Dresser son tableau de variation.

Tableau de signes de $x \mapsto 7 - 3x$

Tracer la droite d'équation $y = 1.5x - 2$

5 Exercices enchaînés sur fonctions

5.1 Exercice1

Soit f telle que pour tout nombre x , $f(x) = -3x^2 + 5x - 2$

a/ Calculer $f(50)$

b/ Justifier que $f(x) = -(x-1)(3x-2)$

c/ Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$?

d/ Où f atteint-elle son maximum?

5.2 Exercice2

Soit f, g, h telles que pour tout nombre x ,

$f(x) = 3x^2 + 7x + 1$ et

$g(x) = 20x + 11$ et $h(x) = f(x) - g(x)$

a/ Calculer $h(5)$

b/ Justifier que $h(x) = 3x^2 - 13x - 10$

c/ Justifier que pour tout nombre $x : h(x) = 3(x - 10)(x + \frac{1}{3})$

d/ Vous aider de ce qui précède pour donner l'ensemble des solutions de $h(x) > 0$; *inconnue x*

COMPLETE DEMAIN

6 Spécial tableaux croisés et probabilités

COMPLETE DEMAIN

7 Spécial lecture graphique

COMPLETE DEMAIN

8 Exercices avec “romans” introductifs où extraire les hypothèses (suites et probas)

COMPLETE DEMAIN