

1 Introduction

Il y a un petit peu de hors-programme, mais ce chapitre est tellement "facile et court" (au sens officiel pour des élèves sérieux) qu'il me paraît dommage de le couper pour des raisons STMGiques.

2 Exercices de collègue

1/ Prouver les énoncés suivants, a, b étant des nombres:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2; (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

2/ a, b, c, x, r sont des nombres et on suppose seulement que $r^2 = b^2 - 4ac$.

2.1/ Prouver que $4a(ax^2 + bx + c) = (2ax + b)^2 - r^2$

2.2/ En déduire que $4a(ax^2 + bx + c) = (2ax + b + r)(2ax + b - r)$

2.3/ Supposons de plus que $a \neq 0$. On ne s'occupe plus du nombre x . Prouver que les solutions de $[4a(ax^2 + bx + c) = 0; \text{inconnue } x]$ sont les deux nombres, éventuellement égaux, solutions respectives de $[2ax + b + r = 0; \text{inc } x]$ et $[2ax + b - r = 0; \text{inc } x]$

2.1 Factorisation affine

3/ Les nombres en jeu sont quelconques et on suppose que $au + b = 0$. Prouver que pour tout nombre $x : ax + b = a(x - u)$

4.1/ En voulant rappeler l'exercice 2.2, disant $4a(ax^2 + bx + c) = (2ax + b + r)(2ax + b - r)$, et en supposant que $2au + b + r = 0$ et $2av + b - r = 0$, prouver que

$$4a(ax^2 + bx + c) = 4a^2(x - u)(x - v)$$

4.2/ Puis en déduire que pour tout nombre x :

$$(ax^2 + bx + c) = a(x - u)(x - v)$$

3 Connaissances

Les exercices qui précèdent, si vous parvenez à les faire (et ils ne sont pas durs, ce sont des bases de collègue) valent bien mieux que le cours complet sur le SD, dont je vous liste maintenant seulement les théorèmes. Ce cours aura lieu en cours d'année (dans plusieurs mois)

3.1 Théorèmes

Ces théorèmes sont valables pour toutes valeurs évoquées, mais supposent que $a \neq 0$. On appelle racines de $x \mapsto ax^2 + bx + c$ les éléments de $\{x \mid ax^2 + bx + c = 0\}$

T1/ si $\Delta := b^2 - 4ac \geq 0$ alors $\{x \mid ax^2 + bx + c = 0\} = \left\{ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$

T2/ si $\Delta := b^2 - 4ac < 0$ alors $\{x \mid ax^2 + bx + c = 0\} = \emptyset$

T3/ si $\{x \mid ax^2 + bx + c = 0\} = \{u; v\}$ alors pour tout nombre $x : ax^2 + bx + c = a(x - u)(x - v)$

T4/ La réciproque de T3 est collégienne

T5/ Pour tout x : le signe de $(ax^2 + bx + c)$ est celui de a SSI x est à l'extérieur de l'intervalle dont les extrémités sont les racines de $x \mapsto ax^2 + bx + c$ (intervalle qu'on décrète vide quand il n'y a pas de racines)

4 Somme et produit

4.1 Exercices

1/ Prouver que pour tout nombre $x : (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + (ab)$

2/ En déduire que si $a \neq 0$ alors $\{x \mid ax^2 + bx + c = 0\} = \{u; v\}$ SSI $u + v = (-b/a)$ et $uv = c/a$

5 Remarque

Les exercices de la section PROUVENT (si vous le faites bien) TOUS LES THEOREMES du cours

Le reste du chapitre est visuel et vous présente les courbes de $x \mapsto ax^2 + bx + c$ sur geogebra.