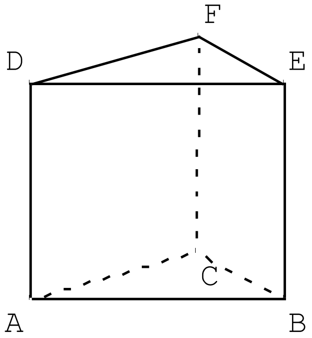
CHAPITRE 14	PRISMES ET CYLINDRES	5ème

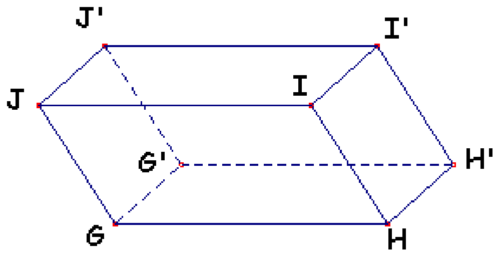
I – PRISMES DROITS

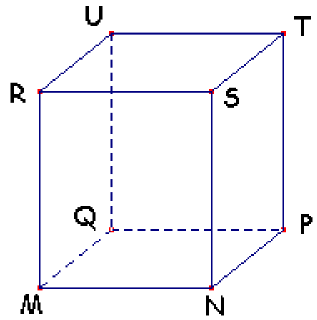
1 Présentation

Définition : Un **prisme droit** est un **solide** qui possède :
→ deux faces parallèles et superposables (c'est-à-dire identiques) délimitées par un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone, …). Ce sont les **bases**.
→ les autres faces sont des **rectangles**. Ce sont les **faces latérales**.

Exemples : Colorier les bases des prismes suivants :



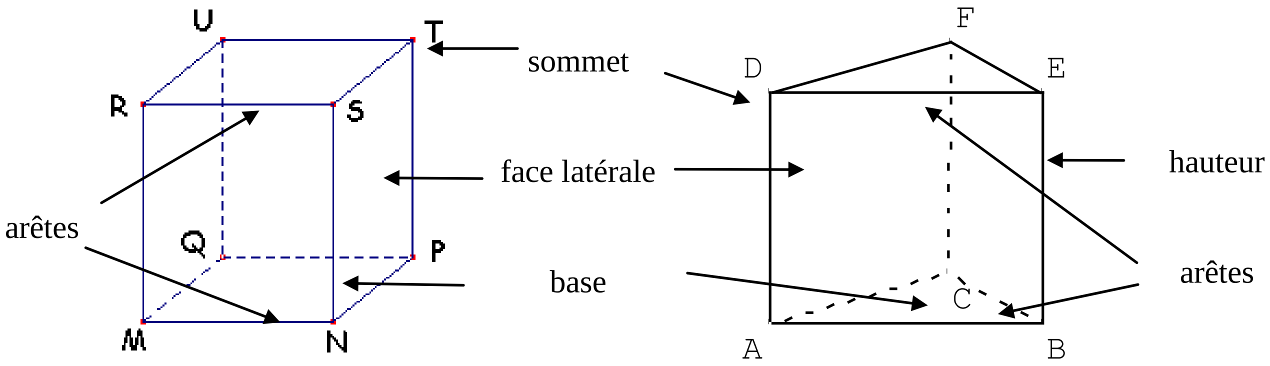




Remarque : Un prisme droit possède autant de faces latérales que la base comporte de côtés. Par exemple, si les bases sont des triangles (trois côtés), alors le prisme droit possède trois faces latérales.

Définition : On appelle **hauteur** d'un prisme droit toute arête reliant les deux bases.
On parle également de hauteur pour la **longueur** de l'une de ces arêtes.

Illustration :



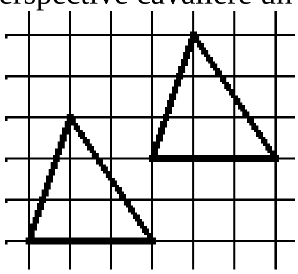
Remarques : → les bases RSTU et MNPQ sont parallèles.
→ les faces ABC et ABED sont perpendiculaires.
→ le segment [EB] est perpendiculaire à la base ABC.

2 Représentation en perspective cavalière

Exemple : Représenter en perspective cavalière un prisme droit à base triangulaire.

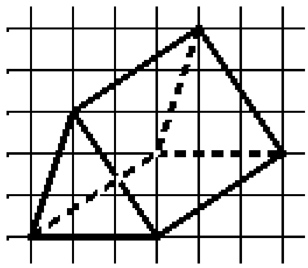
Étape 1

On trace deux triangles superposables (les bases du prisme) en utilisant le quadrillage.



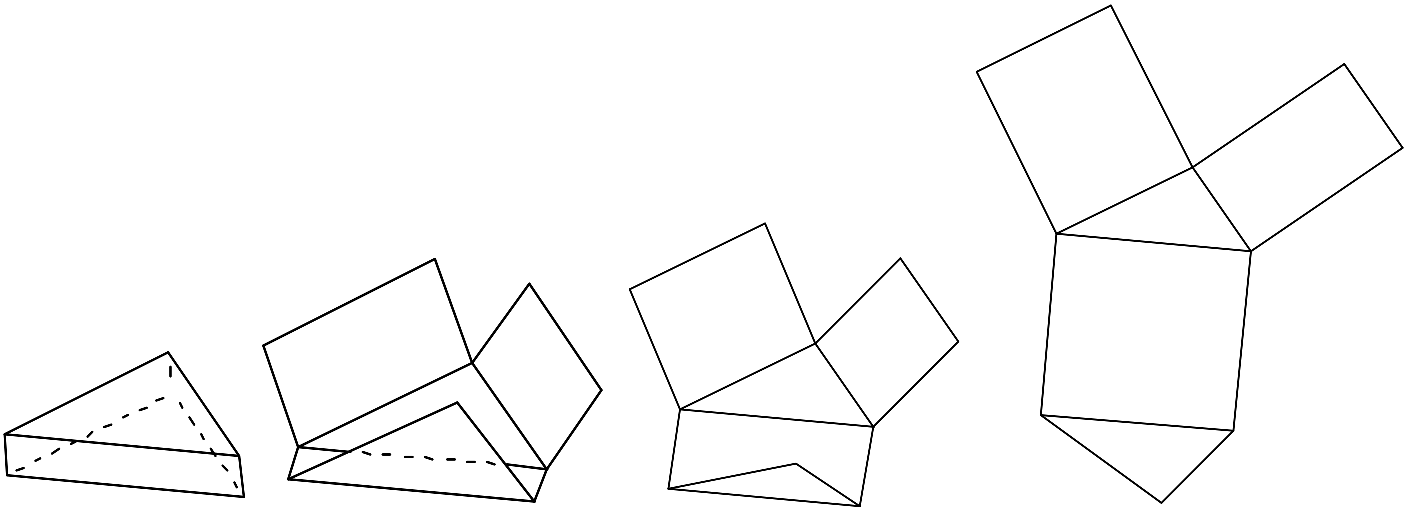
Étape 2

On relie les sommets en dessinant les arêtes manquantes.



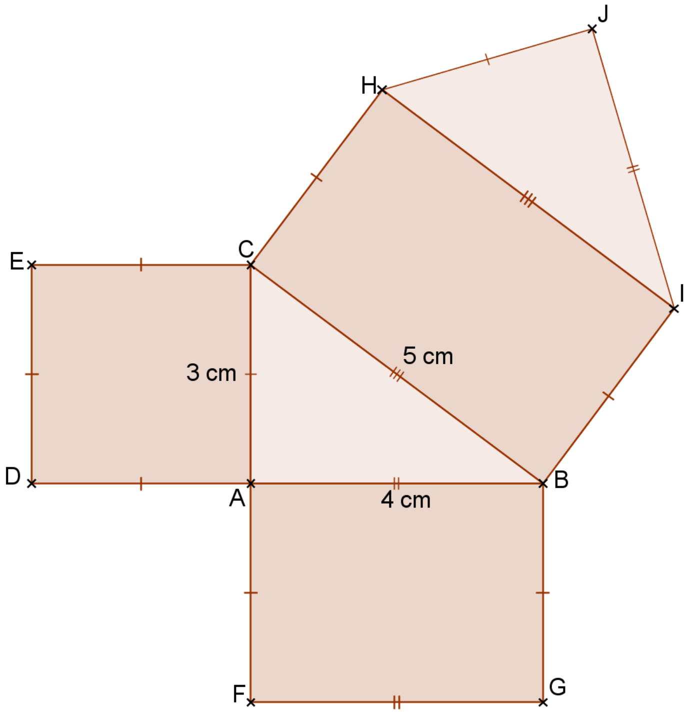
Remarques : → les arêtes cachées sont **en pointillés**.
→ Deux arêtes perpendiculaires ne sont pas toujours représentées par des segments perpendiculaires !!!
→ Deux droites parallèles dans la réalité sont représentées par deux droites parallèles.

3 Fabrication d'un prisme droit



Propriété : Un **patron** d'un prisme droit est constitué de :
→ deux polygones superposables (les bases)
→ de rectangles (les faces latérales) dont le nombre est égal au nombre de côtés du polygone de base.

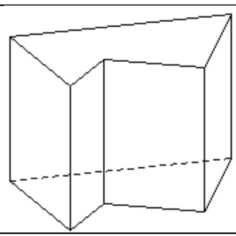
Exemple : Construire le patron d'un prisme droit dont les bases sont des triangles de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm et de hauteur 3 cm.



4 Aire latérale d'un prisme droit

Propriété : L'aire latérale $\mathcal{A}$ d'un prisme droit se calcule en multipliant le périmètre de sa base par la hauteur.

$$\mathcal{A} = \boldsymbol{p\acute{e}rim\grave{e}tre\ de\ la\ base} \times \boldsymbol{hauteur}$$



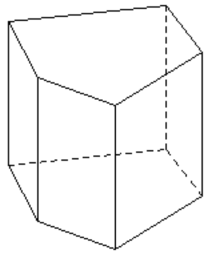
Exemple : Donner l'aire latérale d'un prisme droit de hauteur 4 cm et dont les bases sont des hexagones de 12 cm de périmètre.
$\mathcal{A} = (12 \times 6) \times 4 = 72 \times 4 = 288\ cm^2$

5 Volume d'un prisme droit

Propriété : Le volume $\mathcal{V}$ d'un prisme droit se calcule en multipliant l'aire de la base par la hauteur.

$$\mathcal{V} = aire\ de\ la\ base\ \times hauteur$$

$$\boldsymbol{\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h}$$



Remarque : Lorsque la base du prisme droit est un rectangle, on obtient un pavé droit (appelé aussi parallélépipède rectangle) et son volume est : $\mathcal{V} = L \times l \times h$.

Exemple : Donner le volume d'un prisme droit de hauteur est 4 cm et dont les bases sont des triangles dont un côté mesure 5 cm et la hauteur associée 2 cm.

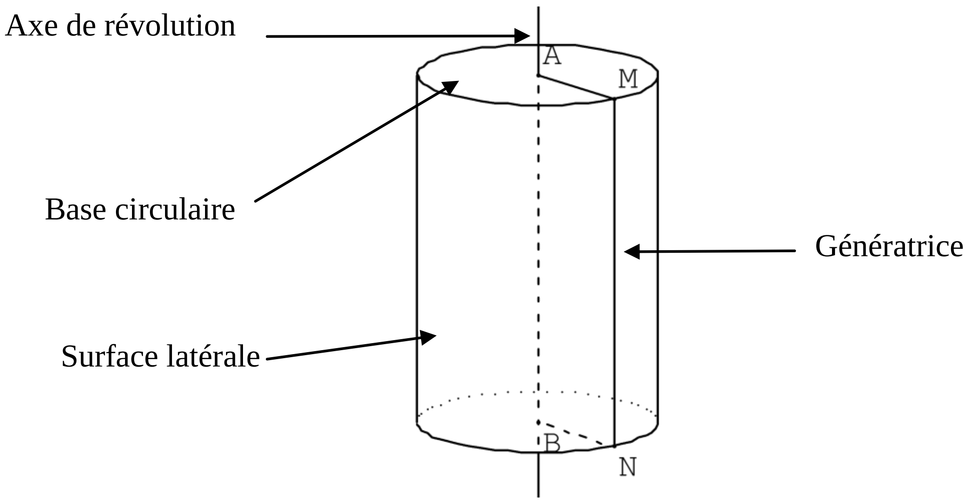
$$\mathcal{V} = aire\ de\ la\ base\ triangulaire\ \times hauteur\ du\ prisme = \left(\frac{5 \times 2}{2}\right) \times 4 = 5 \times 4 = 20\ cm^3$$

II – CYLINDRES DE RÉVOLUTION

1 Présentation

Définition : Un **cylindre de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.

Illustration :



En tournant autour du côté [AB], le côté [MN] décrit la **surface latérale**.
Le côté [AM] (ou [BN]) décrit un disque, appelé **disque de base**. Les deux bases du cylindre sont deux disques superposables et parallèles.

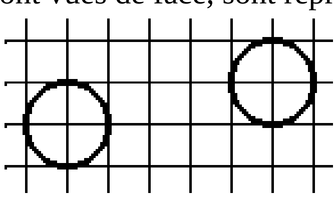
Remarque : L'axe (AB) du cylindre est perpendiculaire aux deux disques de base.

2 Représentation en perspective cavalière

Exemple 1 : Les bases, qui sont vues de face, sont représentées par deux disques.

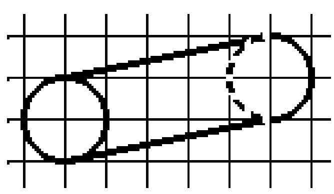
Étape 1

On trace deux cercles superposables (les bases du cylindre).



Étape 2

On relie les deux cercles en dessinant les génératrices.



Exemple 2 : Les bases, qui ne sont pas vues de faces, sont représentées par des deux ovales (appelés ellipses) que l'on dessine à main levée.

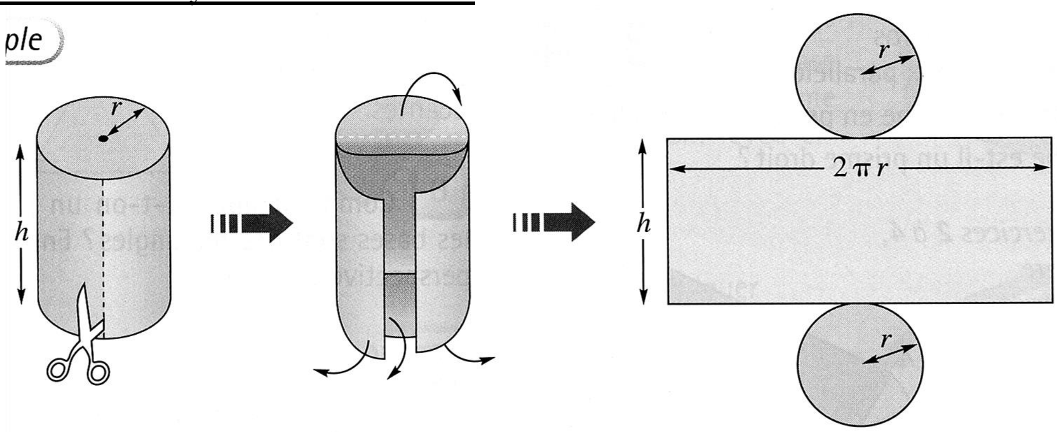
Étape 1

On trace deux ellipses superposables (les bases du cylindre).

Étape 2

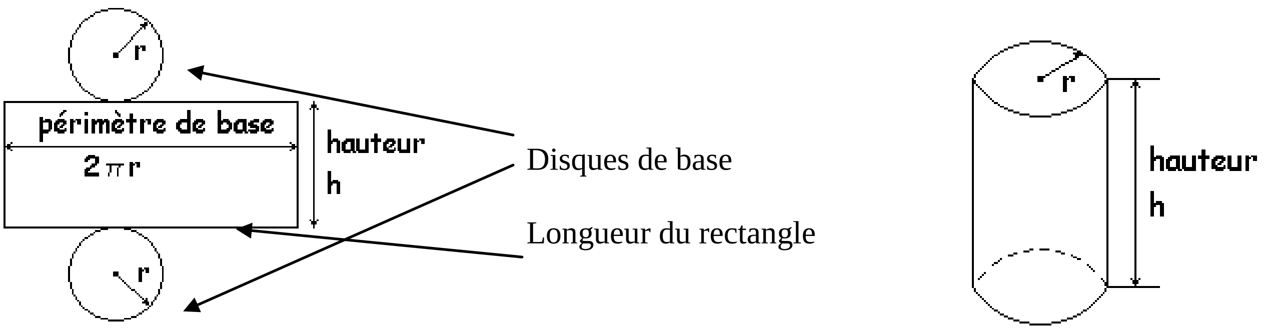
On relie les deux cercles en dessinant les génératrices.

3 Fabrication d'un cylindre de révolution



Propriété : Un patron de cylindre de révolution est constitué :
→ de deux disques de rayon *r* ;
→ d'un rectangle de dimensions *h* (hauteur) et de longueur $2\pi r$.

Remarque : L'une des dimensions du rectangle est le **périmètre** de l'un des disques de base.

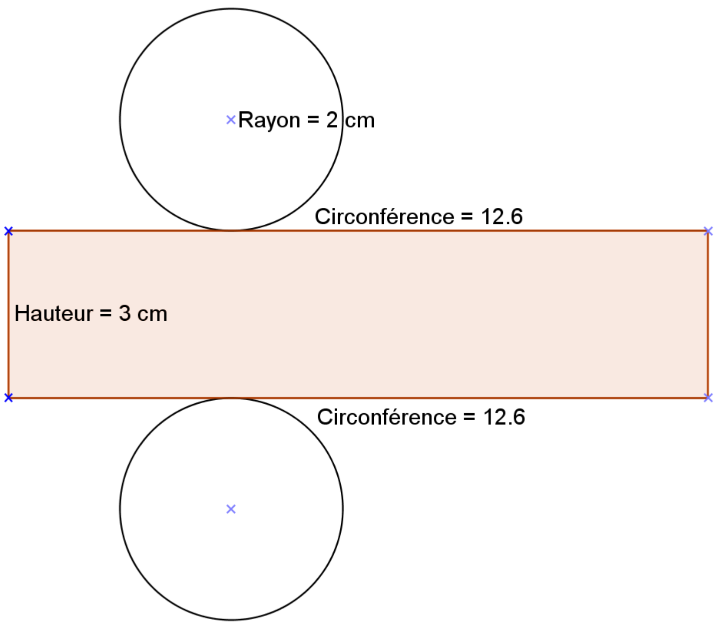


Exemple : Construire le patron d'un cylindre de révolution de rayon *r* = 2 cm et de hauteur 3 cm.

Ce patron comporte deux disques de rayon 2 cm et un rectangle.

Calculons le périmètre d'un disque de base :
$\mathcal{P} = 2\pi r = 2 \times \pi \times 2 = 4\pi \approx 12{,}6\ cm$

Le rectangle aura donc pour dimension 3 cm et 12,6 cm environ.

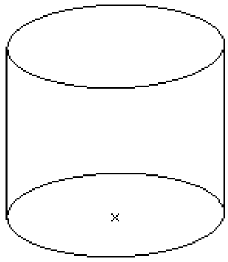


4 Aire latérale d'un cylindre de révolution

Propriété : L'aire latérale $\mathcal{A}$ d'un prisme droit se calcule en multipliant le périmètre de sa base par la hauteur.

$$\mathcal{A} = \textit{périmètre de la base} \times \textit{hauteur}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{A} = 2\pi r h}$$



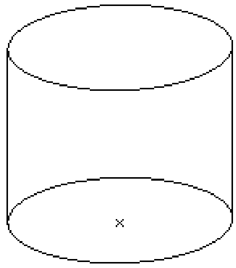
Exemple : Donner l'aire latérale d'un cylindre de révolution de hauteur 4 cm et dont les bases sont des disques de 2 cm de rayon. (on donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au dixième).
$\mathcal{A} = 2\pi r h = 2 \times \pi \times 2 \times 4 = 16\pi \approx 50{,}3\ cm^2$

5 Volume d'un cylindre de révolution

Propriété : Le volume $\mathcal{V}$ d'un cylindre de révolution se calcule en multipliant l'aire de la base par la hauteur.

$$\mathcal{V} = \textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h = \pi r^2 h}$$



Exemple : Donner le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 5 cm et dont les bases sont des disques de 4 cm de rayon (on donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au centième).
$\mathcal{V} = \pi \times 4^2 \times 5 = 80\pi \approx 251{,}33\ cm^3$