RÉVISIONS AVANT LA $1^{\text{ère}}$ S OU STI2D

Les exercices sont souvent inspirés ou issus du manuel Sésamath 2nde.

1. FONCTIONS

Exercice 1 :

Pour chaque phrase, indiquer si elle définit ou non une fonction.
Si c'est le cas, donner son ensemble de définition et si possible, une expression de la fonction.

1. « À tout nombre réel, on associe son triple. »
2. « À tout nombre réel non nul, on associe son inverse. »
3. « À tout nombre réel positif ou nul, on associe un nombre dont il est le carré. »
4. « À tout nombre entier relatif, on associe la somme de ces chiffres. »

Exercice 2 :

Pour chaque question, donner une expression de la fonction correspondant à la phrase.

1. « À chaque réel, on associe la somme de l'opposé de son carré et de 9. »
2. « À chaque réel, on associe le carré de la somme de son opposé et de 9. »
3. « À chaque réel, on associe l'opposé du carré de sa somme avec 9. »

Exercice 3 :

1. Compléter, sans calculatrice, le tableau de valeurs de la fonction f définie sur $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ par

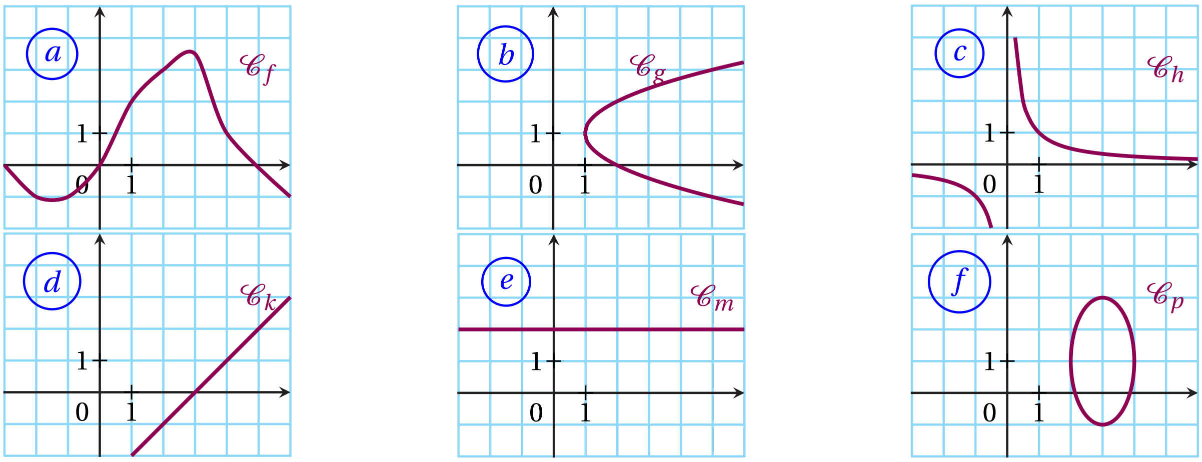
$$f(x) = \frac{x+1}{2x}$$

x	-1	$-0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}25$	1
$f(x)$					

2. En déduire un antécédent de 0 par f.
3. a) Le point $\text{A}(0\,;\,-0{,}5)$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f ? Justifier.
   b) Le point $\text{B}(2\,;\,0{,}75)$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$? Justifier.

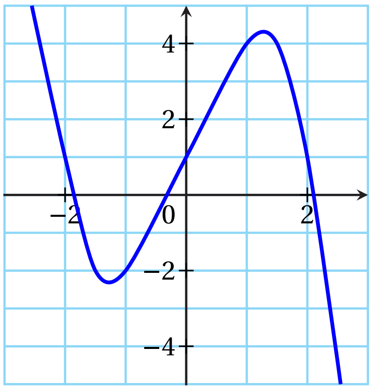
Exercice 4 :

Parmi les graphiques proposés, lesquels correspondent à la représentation graphique d'une fonction ?



Exercice 5 :

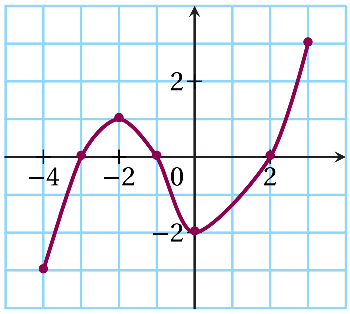
Voici la courbe représentative d'une fonction f
définie sur $\mathbb{R}$.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   - **a)** l'image de -1 par f ;
   - **b)** $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(2)$;
   - **c)** le(s) antécédent(s) de 1 par f ;
   - **d)** les éventuels nombres qui ont 0 pour image.
2. Citer, si possible, un nombre qui a :
   - **a)** aucun antécédent ;
   - **b)** 1 antécédent ;
   - **c)** 2 antécédents ;
   - **d)** 3 antécédents.

Exercice 6 :

On considère une fonction f définie sur $[-4;3]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Quels sont le (ou les) antécédent(s) de 0 par f ?

2. Combien d'antécédent(s) possède 2 ?

3. Quel est le nombre d'antécédent(s) de 1 ?

4. Donner un nombre réel m qui n'a qu'un unique antécédent par f.

5. Donner le nombre d'antécédent(s) de t par f, suivant les valeurs de t.

Exercice 7 :

On appelle respectivement $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$ les représentations graphiques des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$ et $g(x) = -x + 7$.

1. Quelle équation résoudre pour déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$?

2. Estimer les solutions de l'équation du 1.

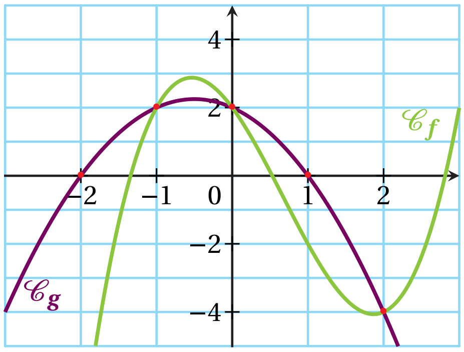
3. Lucas s'aide de **Xcas** pour trouver les valeurs exactes des solutions de l'équation. Elle écrit :

$\boldsymbol{factoriser(-2x^2+4x+16)}$
$-2^*(x+2)^*(x-4)$

Le calcul proposé par Lucas est-il vraiment utile ? Si non, modifier l'instruction pour répondre au problème posé.

Exercice 8 :

Voici les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $[-3;3]$.



Pour chacune des propositions conditionnelles ci-dessous, dire si elle est vraie puis énoncer sa réciproque et dire si cette dernière est vraie.

1. Si $x \in]0;2[$ alors $f(x) < g(x)$.

2. Si $x = -2$ alors $g(x) = 0$.

3. Si $x \in [1;2]$ alors $f(x) \times g(x) < 0$.

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 4$.
Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentant f avec l'axe des abscisses puis avec l'axe des ordonnées.

Exercice 10 :

Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$.

a) $1{,}4 \ldots\ldots [0;\sqrt{2}]$.

b) $-\pi \ldots\ldots]-3;-1[$.

c) $6 \ldots\ldots \left[\dfrac{7}{3};+\infty\right[$.

d) $-3 \ldots\ldots]-\infty;-3{,}5[$.

Exercice 11 :

Utiliser les intervalles pour décrire les ensembles de nombres x tels que :

1. $x < 1$ et $x \geq -3$

2. $x \leq -2$ ou $x > 1$

3. $x \leq 3{,}5$ ou $x < -1$

4. $x \geq \pi$ et $x \leq 3$

Exercice 12 :

Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles ci-dessous.

1. $[-1;3{,}5] \cap \left[\sqrt{3};7\right]$

2. $]-\infty;-\pi] \cup [-3\pi;\pi[$

3. $[-7{,}1;2] \cap [2;+\infty[$

4. $[-5;0] \cup [3;+\infty[$

Exercice 13 :

Les propositions ci-dessous sont-elles vraies ?

1. **Si** $\frac{1}{4} < x$, **alors** $0{,}2 < x$.
2. **Si** $x < \sqrt{2}$, **alors** $x < 1{,}4$.
3. **Si** $x \in \left[\frac{2}{3} ; 1\right]$, **alors** $x \in [0{,}7 ; 1]$.
4. **Si** $x \in \left[\frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right]$, **alors** $x \in [0 ; 1]$.

Exercice 14 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $4x - 5 = 9x + 4$
2. $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}x = \frac{8}{9} - \frac{6}{7}x$
3. $(x-7)^2 = (x+4)^2$
4. $\sqrt{5}x\left(\sqrt{6}x - 4\right) = -2x$
5. $x^2 + 4x + 4 = 0$
6. $5(6x-7)^2 = 20$
7. $5x^2 = 8x$
8. $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$
9. $(2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$
10. $(4x-7)(9x+5) = (8x-3)(4x-7)$

Exercice 15 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $5x + 13 \geq 8x - 2$
2. $3x^5 + 2x - 7 < 3x^5 - 8x - 10$
3. $9 - 3x \leq -2$
4. $-2x + 4 > \frac{3}{4}x + 12$

Exercice 16 :

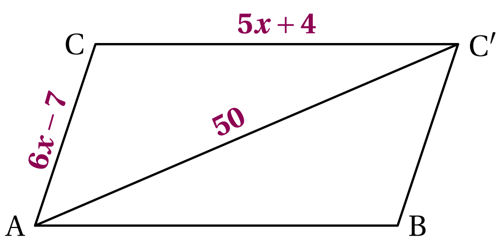
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + x - 2$.
À l'aide de **Xcas**, on a factorisé $f(x)$. En utilisant la bonne expression, résoudre les équations suivantes.

1. $f(x) = 0$
2. $f(x) = -2$

$\boldsymbol{factoriser(x\hat{}2+x-2)}$
$(x-1)^*(x+2)$

Exercice 17 :

Pour quelle(s) valeur(s) de x ce parallélogramme est-il un rectangle ?



Exercice 18 :

1. Dresser un tableau de valeurs, entre 0 et 5, avec un pas de 0,25, de la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = (3x+5)^3$.

2. Donner une approximation des solutions sur $[0;5]$ de l'équation $(3x+5)^3 = 5000$ au dixième.

Exercice 19 :

Donner l'ensemble de définition des fonctions f et g dont une expression est :

1. $f(x) = \dfrac{8x-1}{4x+9}$
2. $g(x) = \sqrt{-2x+3}$

Exercice 20 :

Voici des informations concernant une fonction f définie sur l'intervalle $[-1;5]$.

- ⋆ $f(-1) = f(5) = 0$;
- ⋆ $f(2) = 3$;
- ⋆ $f(4) = -2$;
- ⋆ f est croissante sur $[-1;2]$ et sur $[4;5]$;
- ⋆ f est décroissante sur $[2;4]$.

1. Dresser le tableau de variations de f.
2. Tracer deux courbes différentes susceptibles de représenter graphiquement la fonction f.
3. Préciser les extremums éventuels de la fonction f et pour quelle(s) valeur(s) ils sont atteints.

Exercice 21 :

Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	3		5		6		10
$f(x)$	4	↗	9	↘	-4	↗	1

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas conclure. Justifier.

1. $f(3) < f(4)$
2. $f(4{,}9) > f(5{,}9)$
3. $f(5{,}1) < f(5{,}9)$
4. $f(10) > f(3)$
5. f est définie sur $[-2;10]$;
6. 5 est le maximum de f sur $[3;10]$;
7. f admet un minimum absolu en 3 sur sur $[3;10]$;
8. $f(x)$ appartient à $[-4;9]$.

Exercice 22 :

x	-2		0		3		4
$f(x)$	-1	↗	$\dfrac{5}{2}$	↘	-1	↗	6

Comparer si possible les nombres suivants.

1. $f(-2)$ et $f(-1)$
2. $f\left(\frac{1}{3}\right)$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)$
3. $f(-1)$ et $f(1)$
4. $f(3{,}6)$ et $f(3{,}7)$
5. $f\left(\frac{7}{2}\right)$ et $f(4)$
6. $f(1)$ et $f(3{,}5)$

Exercice 23 :

Soit f une fonction définie sur $[-2\,;5]$ telle que :

- ⋆ $f(-2)=2$;
- ⋆ $f(2)=-3$;
- ⋆ $f(5)=0$;
- ⋆ f est décroissante sur $]-2\,;2[$ et croissante sinon ;
- ⋆ f admet un minimum en 2 égal à -3.

1. Encadrer $f(x)$ quand :
   a) $x \in\,]-2\,;2[$
   b) $x \in\,]3\,;4[$
2. Si $x \in [-2\,;5]$, que peut-on dire de $f(x)$?
3. Quels sont les extrema de f ?

Exercice 24 :

Comparer les nombres suivants sans les calculer.

1. $(-0{,}7)^2$ et $(-0{,}082)^2$
2. $(\pi-1)^2$ et 16
3. $(2-\pi)^2$ et $(\pi+1)^2$
4. $(-1{,}25)^2$ et $2{,}25^2$
5. $\sqrt{0{,}02}$ et $\sqrt{0{,}005}$
6. $17\sqrt{2}$ et 24
7. $5\sqrt{7}$ et $4\sqrt{11}$
8. $-\sqrt{21}$ et $-\sqrt{14}$
9. $\dfrac{-1}{2{,}05}$ et $\dfrac{-1}{1{,}95}$
10. $\dfrac{1}{5+\sqrt{2}}$ et $\dfrac{1}{5-\sqrt{2}}$

Exercice 25 :

Décrire les variations des fonctions f, g, h et j dont une expression est :

1. $f(x)=-2x+13$
2. $g(x)=\frac{1}{2}x-4$
3. $h(x)=\left(\sqrt{5}-3\right)x+4$
4. $j(x)=\dfrac{-7x-5}{3}$

Exercice 26 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+4}$.

1. Conjecturer les variations de la fonction f.

2. a) Recopier et compléter le programme de calcul.

$$x \longrightarrow \cdots \longrightarrow \cdots \longrightarrow \frac{1}{x^2+4}$$

b) Recopier et compléter le raisonnement.
Soient a et b deux nombres positifs tels que $a < b$.

$$\begin{aligned} a < b &\Longrightarrow a^2 \ldots b^2 \text{ car} \ldots \\ &\Longrightarrow a^2+4 \ldots b^2+4 \text{ car} \ldots \\ &\Longrightarrow \frac{1}{a^2+4} \ldots \frac{1}{b^2+4} \text{ car} \ldots \end{aligned}$$

La fonction f est donc décroissante sur $\mathbb{R}^+$.

3. Démontrer que f est croissante sur $\mathbb{R}^-$.

Exercice 27 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{3x-5}{-x+2}$.

1. Conjecturer les variations de la fonction f sur $]-\infty; 2[$ puis sur $]2; +\infty[$.

2. a) Vérifier que, pour $x \neq 2$, $f(x) = -3 + \dfrac{1}{-x+2}$.

b) Recopier et compléter le programme de calcul.

$$x \longrightarrow -x+2 \longrightarrow \cdots \longrightarrow \cdots$$

c) Justifier que la fonction affine $x \mapsto -x+2$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

d) Démontrer que f est croissante sur $]2; +\infty[$.

3. Démontrer que f est croissante sur $]-\infty; 2[$.

Exercice 28 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3x^2+4}{x^2+1}$.

1. a) Conjecturer le maximum de f sur $\mathbb{R}$.
Pour quelle valeur de x semble-t-il atteint ?

b) f semble-t-elle avoir un minimum ?

2. a) Vérifier que : $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x^2+1}$.

b) Compléter le programme de calcul ci-dessous.

$$x \longrightarrow \cdots \longrightarrow \cdots \longrightarrow 3 + \frac{1}{x^2+1}$$

c) Compléter le raisonnement suivant.

$$\begin{aligned} 0 \leq x^2 &\Longrightarrow \dots \leq x^2+1 \\ &\Longrightarrow 1 \dots \frac{1}{x^2+1} \text{ car } \dots \\ &\Longrightarrow 3 \dots \frac{3}{x^2+1} \\ &\Longrightarrow 4 \dots 3 + \frac{3}{x^2+1} \end{aligned}$$

d) Calculer $f(0)$. Que vient-on de démontrer ?

3. 3 est-il un minimun de f sur $\mathbb{R}$?

Exercice 29 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 2$.
À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient :

$factoriser(-x\hat{}2+4x-4)$
$-(x-2)\hat{}2$

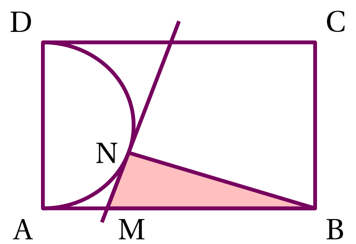
1. Conjecturer la valeur du maximum de f sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer $f(x) - 6$.

3. Justifier que le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est bien 6.

Exercice 30 :

On considère un rectangle ABCD tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm. À l'intérieur, on construit le demi-cercle de diamètre [AD] sur lequel on place N un point libre.
La tangente en point N au demi-cercle coupe [AB] en un point M .



1. Étudier les variations de l'aire du triangle BMN en fonction de la distanceAM.

2. Admet-elle un maximum ? Un minimum ?
Préciser la position du point M.

Exercice 31 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x + 7$.

1. Dresser son tableau de signes.

2. Quel est le signe de f sur l'intervalle $I = [2;3]$?

3. Proposer un intervalle du type $\mathrm{J} = [n\,;n+1]$, avec n entier naturel, sur lequel la fonction f change de signe.

Exercice 32 :

Factoriser les expressions suivantes.

1. $A = (6x-4)(2x+5)-(3x+2)(2x+5)$
2. $B = (4x-5)^2-(9-13x)^2$
3. $C = 25x^2+9-30x$
4. $D = (5x-7)(3x-2)-(x-8)(3x-2)$
5. $E = (4x-3)^2-28x+21$
6. $F = 5x-7+(7-5x)^2$
7. $G = -4x^2+20x-25+4x^2-25$
8. $H = (3x+2)(4x-1)+(8x-2)(7x-8)$
9. $I = (x+1)(7-x)-(-1-x)(x+7)$
10. $J = x^2+6x+9-(-6x+1)(x+5)$

Exercice 33 :

Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus « simple » possible.

1. $A = \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{x-1}$
2. $B = \dfrac{5}{2x-1}+1$
3. $C = \dfrac{4}{x}+\dfrac{x-1}{3x+5}$
4. $D = \dfrac{x}{1-5x}+\dfrac{2}{x+1}$

Exercice 34 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4x-5)(x+7)$.

1. Dresser le tableau de signes de la fonction f.
2. En déduire les signes des fonctions g, h et j dont une expression est :

   a) $g(x) = x^2(4x-5)(x+7)$

   b) $h(x) = -3(4x-5)(x+7)$

   c) $j(x) = (5-4x)(x+7)$

Exercice 35 :

Déterminer le signe des fonctions dont une expression est :

1. $f(x) = (x+6)^2-25$
2. $g(x) = (5x-3)^2-(x-4)^2$
3. $h(x) = x^2-7x$
4. $j(x) = (-3x+8)(7x-4)-(-3x+8)(5-2x)$
5. $k(x) = -3(5x-1)(x+1)(4-6x)$
6. $l(x) = \dfrac{-x}{x+12}$
7. $m(x) = \dfrac{-14x+12}{x^2+2}$
8. $n(x) = \dfrac{5+x}{(x-6)(7x+8)}$

Exercice 36 :

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

1. $x^2 > 16$
2. $64x^2 - 121 < 0$
3. $16x^2 + 8x + 1 > 0$
4. $49 - (3 + x)^2 \leq 0$
5. $\dfrac{3x-1}{x+2} < 3$
6. $2 - \dfrac{x-4}{3x+5} \geq 0$
7. $\dfrac{7}{x-2} - \dfrac{4x-5}{(x-2)^2} < 0$
8. $\dfrac{2x^2-9}{x-1} - 2x \geq 0$

Exercice 37 :

1. Démontrer que, pour tout réel x, $x^2 - 6x - 7 = (x-3)^2 - 16$.
2. Déterminer le signe de $\mathrm{T}(x) = x^2 - 6x - 7$.

Exercice 38 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. À l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de variations de f.
2. f admet-elle un extremum sur $\mathbb{R}$?
3. Étudier le signe de $f(x) + 1$.
4. En déduire que -1 est bien un minimum de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 39 :

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\left(x - \dfrac{5}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2}$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = 2(x-2)(x-3)$.
3. Choisir la forme la plus adaptée pour calculer les images suivantes :

   a) $f(2)$ **b)** $f\left(\dfrac{5}{2}\right)$ **c)** $f(-1)$

Exercice 40 :

Pour chacune des fonctions ci-dessous, donner le nom de la forme sous laquelle elle est écrite.

1. $f(x) = 5x^2 - 7x + 1$
2. $g(x) = (x-1)(3x-4)$
3. $h(x) = 3(x-2)^2 + 1$

4. $i(x) = 3x^2 + 2x + 7$

5. $j(x) = (2x-8)(4-x)$

6. $k(x) = -4(x+7)^2 - 2$

Exercice 41 :

Relier entre elles les expressions égales.

Forme développée			Forme canonique
$-3x^2-6x-5$	•	•	$3(x-3)^2+1$
$3x^2-18x+28$	•	•	$-2(x+4)^2-1$
$-2x^2-4x-2$	•	•	$-3(x+1)^2-2$
$4x^2-8x+6$	•	•	$-2(x-1)^2-4$
$-2x^2-16x-33$	•	•	$-2(x+1)^2$
$-2x^2+4x-6$	•	•	$4(x-1)^2+2$

Forme développée			Forme canonique
$-3x^2-6x-7$	•	•	$3(x+4)^2+5$
$-3x^2+6x-1$	•	•	$-3(x-1)^2+2$
$3x^2+24x+53$	•	•	$-3(x+1)^2-4$
$3x^2-12x+15$	•	•	$3(x+2)^2-7$
$3x^2-12x+5$	•	•	$3(x-4)^2+1$
$3x^2-24x+1$	•	•	$3(x-2)^2+3$

Forme factorisée			Forme canonique
$3(x-1)(x+2)$	•	•	$3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$
$3(x+2)(x-3)$	•	•	$3\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$
$3(x+1)(x+2)$	•	•	$3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{75}{4}$
$3(x-1)(x-2)$	•	•	$3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{27}{4}$
$3(x+3)(x+2)$	•	•	$3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$

Exercice 42 :

1. Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 2(t+4)^2 - 5$ est croissante sur $[-4\,;+\infty[$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = 4(t-7)^2 + 1$.

   Quel est son sens de variation sur $\mathrm{I} = [0;7]$?

Exercice 43 :

Dresser les tableaux de variations des fonctions dont voici une expression :

1. $f(x) = 5(x-7)^2 + 4$
2. $g(x) = -(x-3)^2 + 7$
3. $h(x) = -4(x+1)^2 - 3$

Exercice 44 :

Trouver deux fonctions polynômes du second degré f et g telles que :

1. f admet un maximum de 3 pour $x = 2$;
2. g admet un minimum de 2 pour $x = -1$.

Exercice 45 :

Un artisan fabrique entre 0 et 60 vases par jour et estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C donnée par $\mathrm{C}(x) = x^2 - 10x + 500$.
On note $\mathrm{R}(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués.
Un vase est vendu 50 €.

1. Exprimer $\mathrm{R}(x)$ en fonction de x.
2. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisés lorsque l'artisan vend 50 vases.
3. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'artisan est donné par la fonction B dont l'expression est $\mathrm{B}(x) = -x^2 + 60x - 500$.
4. a) Déterminer la forme canonique de $\mathrm{B}(x)$.
   b) En déduire le nombre de vases à vendre pour réaliser un bénéfice maximum.

2. ALGORITHMES

Exercice 1 :

D'après brevet des collèges 2008

On donne l'algorithme suivant :

Choisir un nombre
Multiplier ce nombre par 3
Ajouter le carré du nombre choisi
Multiplier par 2 le résultat précédent
Écrire le résultat final

1. Calculer la valeur exact du résultat dans les cas ci-dessous :

   a) Le nombre choisi est -5.

   b) Le nombre choisi est $\sqrt{5}$.

2. Écrire, dans la syntaxe de son choix, un programme correspondant à l'algorithme précédent.

3. Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat final soit 0 ?

Exercice 2 :

L'algorithme de Héron permet de déterminer des valeurs approchées de racines carrées d'entiers. Pour les mathématiciens grecs, déterminer une valeur de $\sqrt{2}$ revient à construire un carré dont l'aire est 2.
Pour ce faire, partons d'un rectangle de longueur 2 et de largeur 1.
Son aire est 2, mais ce n'est pas un carré.
On construit alors un deuxième rectangle d'aire égale à 2 et dont la longueur est la moyenne arithmétique des dimensions du rectangle précédent, soit $\mathrm{L} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2}$.
Comme $\mathscr{A} = \mathrm{L} \times l = 2$, on obtient $l = \dfrac{2}{\mathrm{L}} = \dfrac{2}{\frac{3}{2}} = \dfrac{4}{3}$.
On réitère le processus en construisant une suite de rectangles d'aire 2 et dont les longueurs sont égales aux moyennes arithmétiques des dimensions du rectangle précédent.

1. Compléter le tableau suivant :

Rang de l'itération	**Longueur du 1$^{\text{er}}$ côté**	**Longueur du 2$^{\text{ème}}$ côté**
1	2	1
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
3		
4		
5		

   Que peut-on conjecturer ?

2. Nous souhaitons écrire un algorithme qui calcule les valeurs successives des dimensions des rectangles.

   a) Compléter l'algorithme suivant pour qu'il convienne.

Entrer un entier N
a **prend** la valeur 2
b **prend** la valeur 1
Pour i allant **de** 1 **jusqu'à** N
    a **prend** la valeur $\dfrac{a+b}{2}$
    b **prend** la valeur ...
    Afficher a et b
Fin pour

Traduire cet algorithme dans la syntaxe de son choix (calculatrice, Algobox, Xcas, Scilab, etc...)

b) On admet qu'au fur et à mesure des itérations, les rectangles « tendent » vers un carré d'aire 2, donc de côté $\sqrt{2}$.

Modifier le programme précédent pour que les itérations s'arrêtent dès que la valeur absolue de la différence entre ses dimensions est inférieure à une précision donnée en entrée.

3. À l'aide de ce nouveau programme, déterminer une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-13} près.

Exercice 3 :

L'affiche d'un marchand de bonbons indique :

- ⋆ ... € les 100 g jusqu'à un kilogramme
- ⋆ ... € les 100 g supplémentaires au-delà de 1 000 g
- ⋆ 15% de réduction pour toute commande d'un montant supérieur à 30 €

L'algorithme suivant est programmé dans la caisse enregistreuse pour indiquer le prix à payer par un client :

Entrer un nombre positif m
n **prend** la valeur $\dfrac{m}{100}$
Si $n \leq 10$, **alors**
  p **prend** la valeur $2 \times n$
Fin si
Si $n > 10$, **alors**
  p **prend** la valeur $2 \times 10 + 1{,}5 \times (n - 10)$
Fin si
Si $p > 30$ **alors**
  p prend la valeur $0{,}85 \times p$
Fin si
Afficher p

1. Retrouver les nombres qui ont été effacés sur l'affiche.
2. Donner, dans la syntaxe de son choix, un programme correspondant à cet algorithme.
3. Utiliser le programme précédent pour compléter le tableau suivant :

Masse achetée (en g)	1 500	1 600	1 700	1 800	1 900
Prix (en €)					

4. Un client a payé 26 €. Quelle masse de bonbons a-t-il pu acheter ?

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des nombres réels.

1. Donner le tableau de variations de la fonction f dans les deux cas suivants :
   a) $a = 1$, $b = -4$ et $c = 3$.
   b) $a = -1$, $b = 4$ et $c = 3$.
2. L'algorithme suivant donne-t-il une sortie toujours fausse ? toujours varie ? Justifier.

Entrer le nombre a
Si $a = 0$, **alors**
  Afficher « f est une fonction affine »
Sinon
  Afficher « f est décroissante puis croissante »
Fin si

3. Modifier l'algorithme de la question précédente pour qu'il donne des informations sur les variations de f dans les différents cas possibles selon les coefficients a, b et c.

Exercice 5 :

Un professeur demande à ses élèves de lancer une pièce de monnaie 50 fois et de noter les résultats sous la forme d'une liste de P (pour « pile ») et F (pour « face »).
Voici la liste de Jonathan :

PFPPFPFFFP PFPFFPPFPP FFPPFFPPFF PFPFFFPPFP PFFFPPFPFF

1. Calculer la fréquence d'apparition du « pile ». Ce résultat semble-t-il cohérent avec l'équiprobabilité théorique de cette expérience ?

2. Le professeur n'est pas satisfait et annonce que Jonathan a probablement triché et n'a pas lancé la pièce. Jonathan ne comprend pas comment l'enseignant a pu s'en rendre compte.
Pour le convaincre, celui-ci propose à Jonathan de programmer l'algorithme ci-contre sur sa calculatrice :

   a) Comment le programme propose-t-il de simuler un « pile » ou un « face » ?

   b) En supposant que les quatre premières simulations donnent dans A les valeurs 1 – 1 – 1 – 0, quelles seront les valeurs de B et de C lorsque le programme recalculera une nouvelle valeur de A ?

   c) Quel est le rôle des variables B et C dans le programme ?

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PROGRAM:PILE
:0→B
:0→C
:For(I,1,50)
:nbrAléatEnt(0,1,1)→L₁
:If L₁(1)=1
:Then
:B+1→B
:Else
:If B>C
:Then
:B→C
:End
:0→B
:End
:End
:Disp C
```

Programme écrit sur la TI-83 Premium CE

En exécutant le programme plusieurs fois, voici ce que Jonathan obtient sur sa calculatrice :

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
                              5
                           Fait
prgmPILE
                              6
                           Fait
prgmPILE
                              5
                           Fait
```

3. **a)** Pourquoi l'enseignant pense-t-il que Jonathan a triché ?

   b) Jonathan aurait-il pu obtenir ses résultats sans tricher ?

Exercice 6 :

La pyramide de Khéops est construite avec des pavés pesant 2,5 tonnes chacun. On estime que les zones creuses de la pyramide représentent 20 % de l'ensemble. On veut déterminer la masse de cette pyramide.

La pyramide a une base carrée. On compte 212 pavés sur le côté du 1$^{\text{er}}$ niveau, 211 pavés sur le côté du 2$^{\text{ème}}$ niveau, et ainsi de suite. À chaque nouveau niveau, il y a un pavé de moins par côté qu'au niveau précédent.

1. Voici un algorithme de calcul de la masse de la pyramide en tonnes :

```
N prend la valeur 212
S prend la valeur 0
Tant que N > 0
        S prend la valeur S + N²
        N prend la valeur N − 1
Tant que
M prend la valeur 0,8 × 2,5 × S
Afficher M
```

a) Compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs successives de N et S dans l'algorithme.

Étape	0	1	2	3	4	5
S	0					
N	212					

b) Que représente la valeur de S lorsque l'algorithme termine la boucle ?

c) Que représente la valeur de M ?

2. Programmer cet algorithme sur la calculatrice, noter le programme correspondant et déterminer la masse de la pyramide de Khéops.

Exercice 7 :

Au début de l'année 2015, des statistiques donnant l'audience de chaînes de télévision sont les suivantes :

Chaîne 1	**Chaîne 2**	**Chaîne 3**	**Autres chaînes**
28%	19,5%	12%	40,5%

Nous supposerons que ces valeurs restent stables dans les moins suivants.

1. On souhaite simuler le choix au hasard d'une personne parmi 1 000 téléspectateurs.

   Donner un modèle utilisant une urne contenant des boules de différentes couleurs.

2. Proposer un algorithme qui permet de simuler ce choix.

3. On choisit maintenant 1 000 téléspectateurs. Proposer un algorithme qui simule ce choix et qui renvoie le nombre de téléspectateurs qui ont choisi les chaînes 1, 2 et 3.

3. Fluctuation

Exercice 1 :

1. Avec une feuille de calcul d'un tableur, simuler 100 lancers d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

2. Déterminer la distribution des fréquences et la visualiser sur un graphique.

3. En utilisant la touche F9 (ou Ctrl + F9), visualiser les résultats obtenus avec d'autres échantillons de 100 lancers.

   Quelle notion du cours visualise-t-on ainsi ?

Exercice 2 :

La répartition des groupes sanguins dans le monde est donnée dans le tableau ci-dessous.

Groupes	O	A	B	AB
Fréquences en %	45	40	11	4

Cette répartition est variable selon les ethnies.

1. On a testé le sang de 480 esquimaux et on a trouvé que 211 d'entre eux sont du groupe A.

   a) Déterminer n, p et f_o (voir notations du cours).

   b) Les conditions de calcul de l'intervalle de fluctuation sont-elles réunies ?

   c) Si oui, déterminer l'intervalle de fluctuation.

   d) La proportion du groupe A chez les esquimaux est-elle conforme à la population mondiale ?

2. On a trouvé 62 esquimaux du groupe B.

   Que peut-on dire ?

Exercice 3 :

Le maire d'une ville vient d'installer un feu rouge sur l'artère principale et demande que le feu soit réglé de la manière suivante :

Couleur	**Rouge**	**Orange**	**Vert**
Durée	20 s	5 s	35 s

Il observe ensuite pendant une journée la couleur du feu lorsqu'une voiture arrive.
Le tableau ci-dessous répertorie les résultats :

Couleur	**Rouge**	**Orange**	**Vert**
Nombres de voitures	263	64	429

1. Calculer la proportion de temps, p, de la couleur verte sur un cycle.
2. Calculer la fréquence f_o des voitures passées au vert durant la journée.
3. On s'intéresse ici au réglage du feu vert et à l'hypothèse « le feu est bien réglé ».
   a) Déterminer les bornes de l'intervalle de fluctuation au seuil d'environ 95 %.
   b) Commenter le réglage du feu.

Exercice 4 :

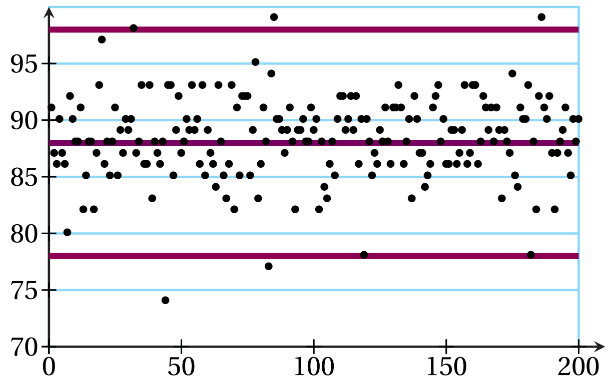
En décembre 2012, un sondage été réalisé auprès de 1 003 personnes résidant en France, âgées de 18 ans et plus. L'échantillon a été constitué d'après la méthode des quotas (sexe, âge, catégorie socioprofessionnelle du répondant) par région et taille d'agglomération.
772 personnes interrogées ont déclaré avoir déjà été confrontées à une arnaque ou une tentative d'arnaque sur Internet.
Dans le même temps, 211 personnes interrogées déclarent avoir déjà été piégées sur Internet par un mail ou un site Internet leur demandant leurs coordonnées personnelles.

1. Estimer le pourcentage de personnes en France confrontées à une arnaque sur Internet.
2. Estimer le pourcentage de personnes en France ayant déjà été piégées sur internet.

Exercice 5 :

Un grossiste affiche sur ses plaquettes :
« 86 % de notre thé est garanti sans trace de pesticides ».
L'inspectrice de la DGCCRF souhaite étudier la validité de l'affirmation.
Elle prélève 100 boîtes au hasard du stock du grossiste et en trouve 26 avec des traces de pesticides.
On suppose que la proportion de boîtes sans trace de pesticides est bien égale à 0,86 du stock du grossiste.

À l'aide d'un logiciel, on simule 200 prélèvements de 100 boîtes.
Le graphique ci-dessous présente la fréquence en % des boîtes de thé ne contenant pas de pesticides pour chaque échantillon.



1. Combien de fréquences n'appartiennent pas à l'intervalle $[0,76;0,96]$? Interpréter.

2. L'inspectrice peut-elle décider, au seuil de 95%, que la publicité est mensongère ?

3. Proposer un algorithme simulant cette situation.

4. GÉOMÉTRIE (SANS LES VECTEURS)

Exercice 1 :

Dans le repère orthonormé $(O;I,J)$ d'unité 1 cm, on considère les points suivants :

• $A(6;0)$ • $B(0;4)$ • $C(1;-1)$

1. Faire une figure.

2. Prouver que le triangle ABC est rectangle.

3. On appelle K le milieu du segment [AB].

   a) Calculer les coordonnées de K.

   b) Prouver que K appartient à la médiatrice de [OC].

Exercice 2 :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I,J)$, on place les points suivants :

• $N(-1,6;-0,8)$ • $E(-4;2,4)$ • $Z(2,4;7,2)$

1. Faire une figure.

2. Calculer les longueurs des côtés du triangle NEZ.

3. Démontrer que le triangle NEZ est rectangle.

4. Calculer les coordonnées du milieu K de [NZ].

5. A est le symétrique de E par rapport à K.

a) Placer le point A.

b) Démontrer que NAZE est un rectangle.

c) Calculer l'aire du rectangle NAZE.

d) Calculer l'aire du triangle NEZ.

6. La droite perpendiculaire à (NZ) passant par le point E coupe (NZ) en M et (AN) en U.

a) Compléter la figure.

b) Utiliser l'aire du triangle NEZ pour calculer EM.

c) Calculer NM.

d) En déduire MZ.

Exercice 3 :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O ; I , J), on place les points suivants :

• P(−1,5; 2) • T(3,5; 2) • L(2,5; 4)

1. Faire une figure à compléter au fur et à mesure.

2. **a)** Tracer le cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [TP].

b) Quelles sont les coordonnées de A, son centre ?

c) Calculer la mesure r de son rayon.

3. **a)** Démontrer que le cercle ($\mathscr{C}$) passe par L.

b) En déduire la nature du triangle PLT.

c) Montrer que le cercle ($\mathscr{C}$) ne passe pas par O.

4. **a)** Calculer les coordonnées du milieu de [OL].

b) En déduire les coordonnées du point U tel que POUL soit un parallélogramme.

c) Placer le point U.

d) Les points P, T et U sont-ils alignés ? Justifier.

5. **a)** Placer le point S tel que LAS soit un triangle rectangle isocèle en A et que S soit situé sous le segment [LP].

b) Lire les coordonnées du point S.

c) Le point S appartient-il au cercle ($\mathscr{C}$) ?

6. **a)** Placer E, symétrique de L par rapport au point A.

b) Quelle est la nature de PLTE ?

c) Calculer les coordonnées du point E.

d) Le point E appartient-il à l'un des axes du repère ?

e) Démontrer que le triangle EAT est isocèle.

Exercice 4 :

On considère la droite $(\mathscr{D})$: $y = -3x + 7$.

1. Déterminer deux points :

   a) qui appartiennent à la droite $(\mathscr{D})$;

   b) qui n'appartiennent pas à la droite $(\mathscr{D})$.

2. Écrire un algorithme qui demande les coordonnées d'un point en entrée puis qui statue si le point est sur $(\mathscr{D})$ ou pas.

Exercice 5 :

Tracer dans un même repère les droites d'équations réduites proposées.

1. $y = 2x - 1$
2. $y = -3x + 4$
3. $y = x$
4. $y = -0{,}5x + 2$
5. $y = -5x - 3$
6. $y = 5x - 3$

Exercice 6 :

Les droites (AB) et $(\mathscr{D})$ sont-elles parallèles ?

1. $A(5;-10)$, $B(7;-2)$ et $(\mathscr{D})$: $y = 4x + 5$
2. $A(91;-280)$, $B(277;830)$ et $(\mathscr{D})$: $y = 6x - 2$
3. $A(13\,351;17\,630)$, $B(-7\,432;5\,754)$ et $(\mathscr{D})$: $y = \dfrac{4}{7}x$
4. $A(0;1)$, $B(3;1)$ et $(\mathscr{D})$: $6y - 4x + 1 = 0$

Exercice 7 :

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

1. $A(2;-1)$, $B(3;5)$, $C(3;-5)$ et $D(5;7)$.

2. A(15; 30), B(5; 20), C(−10; −20) et D(50; 40).

3. A(8; 210), B(177; 14), C(88; 312) et D(86; 222).

Exercice 8 :

Pour chacun des systèmes suivants :

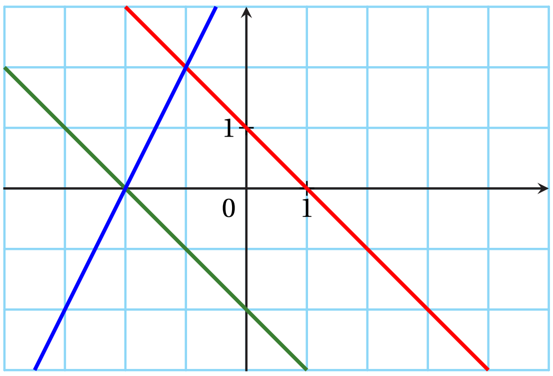
- déterminer le nombre de solutions ;
- résoudre les systèmes ayant des solutions.

1. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y = -2x + \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{5} \end{cases}$

Exercice 9 :

À l'aide du graphique ci-dessous, donner les solutions des systèmes suivants.



1. $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -x + 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x - 2 \end{cases}$

3. $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -x - 2 \end{cases}$

Exercice 10 :

Au bar de la poste, 5 amis profitent de la terrasse au soleil. Ils ont commandé 2 cafés et 3 thés. Le serveur leur demande 10,10 €.
Ils sont rejoints par 4 amis qui commandent 3 cafés et 1 thé.
Cette fois-ci, le serveur leur demande 7,10 €.
Afin que les amis puissent payer chacun leur part, déterminer le prix d'un thé et le prix d'un café.

Exercice 11 :

Amira va faire les boutiques. Elle achète dans un même magasin deux tee-shirts et une jupe pour 119,70 €. La semaine suivante, elle reçoit un texto du magasin pour des ventes privées : réduction de 50 % pour les tee-shirts et de 30 % sur les jupes. Elle décide de faire des cadeaux à sa mère et ses sœurs et achète 6 tee-shirts et 2 jupes. Elle paye 173,56 €.
Quelle somme ces ventes privées lui ont-elles fait économiser ?

Exercice 12 :

On considère, dans un repère orthonormé $(O;I;J)$, trois points $A(1;7)$, $B(-5;-5)$ et $C(7;-1)$.

1. **a)** Déterminer les coordonnées des points A', B' et C', milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

   b) Déterminer l'équation réduite des droites (AA') et (BB').

   c) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection K.

   d) Montrer, par le calcul, que K appartient à la droite (CC').

   e) Quel théorème classique de géométrie aurait permis de démontrer le résultat précédent ?

   f) Montrer que K est situé aux deux-tiers des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$ en partant des points A, B et C.

2. Calculer les distances OA, OB, et OC. Que peut-on en déduire pour le point O ?

3. On considère le point $H(3;1)$.

   a) Soit $A_1(4;-2)$. Montrer que A, H et A_1 sont alignés.

   b) Soit $C_1(-1;3)$. Montrer que C, H et C_1 sont alignés.

   c) Montrer que les triangles AA_1C et CC_1A sont des triangles rectangles.

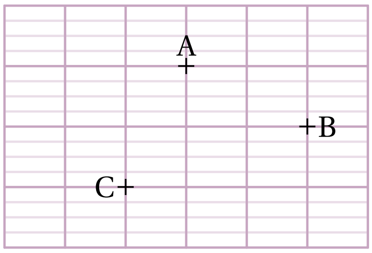
   d) Que peut-on en déduire sur le point H ?

4. Montrer que les points O, K et H sont alignés.

5. Rechercher la définition de la droite d'Euler.

5. VECTEURS

Exercice 1 :



1. Reproduire la figure ci-dessus.
2. Placer les points E et F tels que :
   - $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$
   - $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BC}$
3. Déterminer le représentant :
   a) du vecteur $\overrightarrow{BC}$ d'origine A ;
   b) du vecteur $\overrightarrow{BA}$ d'extrémité C.
4. Représenter les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ tels que :
   - $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$
   - $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
5. Quelle est la nature du quadrilatère AEBF ? Justifier.

Exercice 2 :

EFGH est un parallélogramme de centre O.

1. Construire les points S et T vérifiant :
   - $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$
   - $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$
2. Démontrer que $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{0}$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 3 :

Construire un repère (O; I,J) orthogonal.

1. Placer le point $A(-3;4)$.

2. Construire un représentant du vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

3. Placer les points B et C tels que :

   - $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$
   - $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$

4. Calculer les coordonnées des points B et C.

5. Que peut-on dire du point A ? Justifier.

Exercice 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points A, B et C respectivement de coordonnées $(1;4)$, $(4;6)$ et $(2;3)$.

1. Quelles sont les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme ?

2. Prouver que ABCD est aussi un losange.

Exercice 5 :

Soient les points $A(3;-2)$, $B(-1;7)$, $C(2;3)$.

1°) Calculer les coordonnées de $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

2°) Soit le point $M(x;y)$ tel que $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. Calculer les coordonnées du point M.

Exercice 6 :

- $A\left(-\frac{1}{3};0\right)$
- $B\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$
- $C\left(\frac{4}{3};-1\right)$
- $D\left(0;-\frac{2}{3}\right)$

Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

1. (AB) et (CD)

2. (BC) et (AD)

Exercice 7 :

Dans un repère, on considère les points S, E et L dont les coordonnées sont respectivement $(2;5)$, $(-4;-3)$ et $(5;9)$.

Les points S, E et L sont-ils alignés ?

Si oui, quelle égalité vectorielle lie $\overrightarrow{SE}$ et $\overrightarrow{SL}$?

Exercice 8 :

Dans un plan muni d'un repère, on place les points $A(3;-2)$, $B(-5;4)$ et $C(-2;-1)$.

1. Calculer les coordonnées de :
   - B' milieu de $[AC]$;
   - C' milieu de $[AB]$.
2. Prouver que $\overrightarrow{C'B'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3. Calculer les coordonnées de G vérifiant $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$.
4. Les points B, G et B' sont-ils alignés ? Si oui, déterminer le nombre k tel que $\overrightarrow{BG} = k\overrightarrow{BB'}$.

Exercice 9 :

Soient T, R et I trois points non alignés. On définit les points A, B et C par :

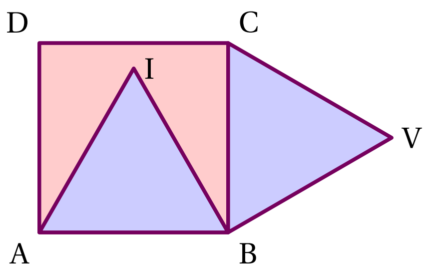
- $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{RT} - \overrightarrow{IT}$
- $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{TI}$
- $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{RI}$

1. Faire une figure sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
2. Que peut-on conjecturer ?
3. a) Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}$.

   b) En déduire une expression des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{RT}$ puis conclure.

Exercice 10 :

Sur la figure ci-dessous, on considère le carré ABCD de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV.



1. Construire la figure en vraie grandeur.

   On se place dans le repère $(A;B,D)$.

2. Calculer les coordonnées des points I et V.

3. Démontrer que les points D, I et V sont alignés.

Exercice 11 :

On considère trois points non alignés A, B et C.
Les points P et Q sont définis par :

- $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure.

2. Que peut-on conjecturer sur le point Q ? Et sur B ?

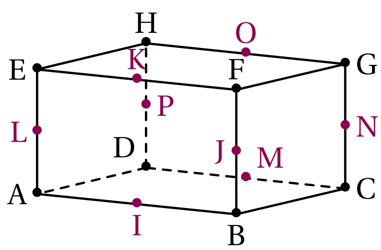
3. Démontrer que $\overrightarrow{PC} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$. En déduire la position du point B.

4. Exprimer $\overrightarrow{BQ}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$. En déduire la position du point C.

6. Géométrie dans l'espace

Exercice 1 :

Voici la représentation en perspective du parallélépipède rectangle ABCDEFGH. Les points I, J, K, L, M, N, O, P sont les milieux des arêtes sur lesquelles ils sont placés.



1. Citer :

   a) un plan parallèle au plan (EOA) ;

   b) un plan parallèle au plan (IMG) ;

   c) deux plans strictement parallèles au plan (KJN).

2. Citer une droite NON matérialisée par un segment déjà tracé qui soit :

   a) strictement parallèle au plan (EAB) ;

   b) strictement parallèle au plan (ADE) ;

c) strictement parallèle au plan (AFG) ;

d) strictement parallèle à chacun des deux plans (ABC) et (DGH).

3. Vrai ou Faux ?

a) Le plan (IJN) est parallèle au plan (KPO).

b) Les droites (IG) et (LO) sont coplanaires.

c) La droite (LO) est parallèle au plan (KGC).

Exercice 2 :

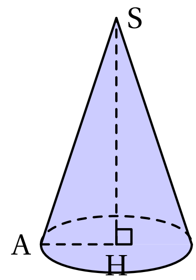
On considère un tétraèdre régulier ABCS de coté 4 cm. I est le milieu de [AB].
Une hauteur du tétraèdre est le segment [IH].

1. Représenter le tétraèdre en perspective cavalière.
2. Calculer la longueur IS.
3. Calculer la longueur IH.
4. Calculer le volume de ABCS.

Exercice 3 :

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous où AS = 6 cm et $\widehat{ASH} = 15°$.
En donnant la valeur exacte puis la valeur approchée par défaut au dixième près, calculer :

1. le rayon du cercle de base ;
2. la hauteur du cône ;
3. le volume de ce cône.



Exercice 4 :

On considère un cube ABCDEFGH.

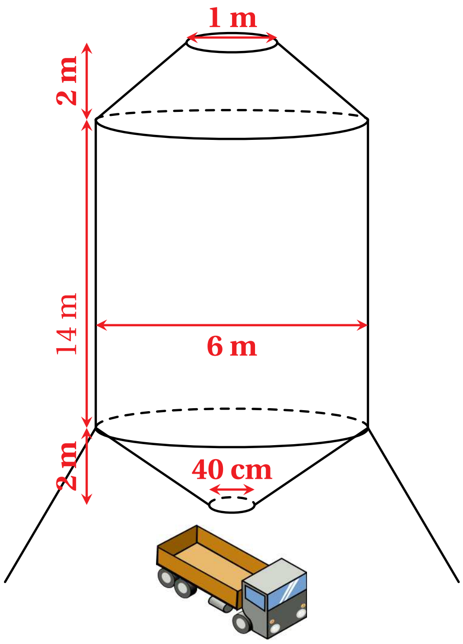
1. Représenter ce cube en perspective cavalière.
2. a) Justifier que EFCD est un parallélogramme.

   b) En déduire que la droite (FC) est parallèle au plan (EBD).
3. a) Montrer que la droite (FH) est parallèle au plan (EBD).

   b) En déduire la position relative des plans (FCH) et (EBD).

Exercice 5 :

Un silo à grain sert à stocker les récoltes en attendant de les livrer. Un silo se remplit par le haut à l'arrivée de la moissonneuse et se vide par le bas en remplissant les camions de livraisons.
Voici une représentation d'un silo à grain vue de face. Il s'agit un cylindre encadré par deux troncs de cône.



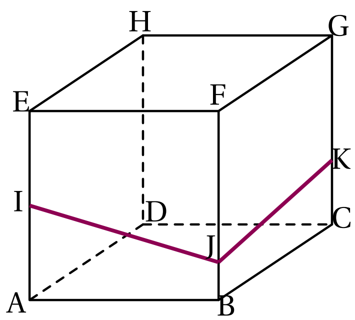
1. Quel est le volume de ce silo ?

2. Une benne céréalière peut contenir entre 57 et 79 m^3 de grain suivant les modèles. Quel est le nombre minimum de bennes nécessaires pour vider un silo aux trois quarts plein ?

Exercice 6 :

La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH en perspective cavalière. Les points I, J et K sont des points des arêtes respectives [AE], [BF] et [CG] tels que :

- $BJ = \dfrac{1}{5}BF$
- I est le milieu de [AE]
- $CK = \dfrac{1}{3}CG$



Partie A : Construction
Reproduire cette figure en perspective cavalière. Cette figure sera complétée au fur et à mesure des questions, *sans effacer les traits de construction.*
Partie B : intersection de (IJK) et (ABC)

1. Quelle est la nature de l'intersection des plans **(ABC)** et **(IJK)** ?
2. Justifier que les droites **(JK)** et **(BC)** sont sécantes.

   En déduire l'intersection du plan **(ABC)** et de la droite **(JK)**.

   La représenter précisément sur la figure.
3. Construire de même l'intersection du plan **(ABC)** et de la droite **(IJ)**.
4. En déduire l'intersection des plans **(ABC)** et **(IJK)**.

   Justifier et la représenter sur la figure.

Partie C : intersection du plan (IJK) avec les faces du cube

1. Justifier que les plans **(IJK)** et **(ADE)** sont sécants selon une droite parallèle à **(JK)**.
2. Construire sur la figure l'intersection du plan **(IJK)** et de la face **ADHE**.

   On appellera **L** le point d'intersection entre le plan **(IJK)** et l'arête **[HD]**.
3. Terminer la construction de l'intersection du plan **(IJK)** avec les faces du cube.
4. Comment vérifier que la construction du point **L** est correcte ? (Il y a plusieurs possibilités graphiques).

7. POURCENTAGES

Exercice 1 :

1. Un produit en vente au enchères sur un site Internet est mis à prix à 220 €. Un acheteur remporte la vente avec un prix de 256 €.

   Quel est le pourcentage d'augmentation entre le prix de départ et le prix d'achat ?
2. En supposant que l'herbe d'une pelouse grandit de 5 % par jour, quel sera le pourcentage d'augmentation, arrondi à l'unité, de la hauteur de cette pelouse en quinze jours.

Exercice 2 :

Dans chaque cas, déterminer la valeur de x :

a) La fréquentation d'une salle de cinéma a baissé de 20 %, puis de x %. AU total, elle a diminué de 32 %.

b) L'entrée à un parc d'attraction a baissé de 20 %, puis augmenté de x %. Au total, l'entrée est revenue à son tarif initial.

c) Le prix d'un article a baissé deux fois de suite de x %.

Au total, il a diminué de 19 %.

Exercice 3 :

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la dette en milliards d'euros de l'État français entre 1990 et 2004 :

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dette y_i (en milliards d'€)	271,7	321,4	443	540,1	613,1	683,5	773,4	872,6

On donnera les valeurs approchées arrondies au dixième.

1. Créer une feuille de calcul sur tableur avec les données précédentes.
2. En prenant 1990 comme année de référence (indice 100), calculer, à l'aide du tableur les indices correspondant à la dette de l'État français de 1992 à 2004.

   Quelle formule doit-on utiliser sur la feuille de calcul pour déterminer l'indice correspondant à la dette de l'État pour l'année et obtenir les autres indices en « étirant » cette formule ?
3. Déterminer le pourcentage d'augmentation de la dette entre les années 1990 et 2004.

8. PROBABILITÉS

Exercice 1 :

On considère deux événements A et B tels que :

- $p(\mathrm{A}) = 0{,}5$
- $p(\mathrm{B}) = 0{,}8$
- $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}4$

Calculer $p\left(\overline{\mathrm{A} \cup \mathrm{B}}\right)$.

Exercice 2 :

A et B sont deux événements incompatibles.

1. Calculer $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ si :

   - $p(\mathrm{A}) = 0{,}3$

- $p(\mathrm{B}) = 0{,}5$

2. Calculer $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$ si :

- $p(\mathrm{A}) = 0{,}2$
- $p(\mathrm{B}) = 0{,}4$

Exercice 3 :

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. On appelle :

- C l'événement « la carte tirée est un cœur »
- F l'événement « la carte tirée est une figure »

1. Décrire par une phrase l'événement $\mathrm{C} \cap \mathrm{F}$.
Combien compte-t-il d'issues ?

2. Décrire par une phrase l'événement $\mathrm{C} \cup \mathrm{F}$.
Combien compte-t-il d'issues ?

3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{\mathrm{C}} \cap \mathrm{F}$.
Combien compte-t-il d'issues ?

4. Décrire par une phrase l'événement $\overline{\mathrm{C} \cup \mathrm{F}}$.
Combien compte-t-il d'issues ?

Exercice 4 :

Soit A et B deux événements tels que :

- $p(\mathrm{A}) = 0{,}7$
- $p(\mathrm{B}) = 0{,}5$
- $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}3$

En s'aidant d'un diagramme de Venn, calculer :

1. $p\left(\overline{\mathrm{A}}\right)$

2. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$

3. $p\left(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}\right)$

Exercice 5 :

A et B sont deux événements tels que :

- $p(\mathrm{A}) = 0{,}8$

- $p(\mathrm{B}) = 0{,}53$

1. A et B sont-ils incompatibles ?

2. Sachant que $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}95$, calculer :

   a) $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$

   b) $p\left(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}\right)$

Exercice 6 :

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix

- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

- d'une entrée ;
- d'un plat ;
- d'un dessert.

1. En utilisant un arbre, représenter tous les menus.

2. Combien de menus différents sont possibles ?

3. On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité :

   a) qu'il comporte une escalope ?

   b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?

   c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

Exercice 7 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes, on la note, puis on la remet dans le jeu avant d'en tirer une seconde.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?

2. Combien y a-t-il d'issues ?

3. Calculer la probabilité de :

   a) tirer 2 cœurs ;

   b) ne pas tirer de cœur ;

c) tirer exactement 1 cœur ;

d) tirer deux fois la même carte ;

e) tirer deux cartes différentes ;

f) tirer le roi de cœur.

Exercice 8 :

On tire au hasard deux cartes d'un jeu de 32 cartes, l'une après l'autre.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
2. Combien y a-t-il d'issues ?
3. Calculer la probabilité de tirer

   a) deux cœurs ;

   b) exactement 1 cœur ;

   c) deux fois la même carte ;

   d) deux cartes différentes ;

   e) le roi de cœur.
4. Calculer la probabilité de ne pas tirer de cœur.

Exercice 9 :

Une entreprise fabrique des ordinateurs portables. Ils peuvent présenter deux défauts :

- un défaut de clavier ;
- un défaut d'écran.

Sur un grand nombre d'ordinateurs, une étude statistique montre que :

- 2 % présentent un défaut d'écran ;
- 2,4 % présentent un défaut de clavier ;
- 1,5 % présentent les deux défauts.

1. On choisit au hasard un ordinateur et on considère les événements suivants.

   - E : « L'ordinateur présente un défaut d'écran » ;
   - C : « L'ordinateur présente un défaut de clavier ».

   Déterminer $p(\mathrm{E})$, $p(\mathrm{C})$ et $p(\mathrm{E} \cap \mathrm{C})$.
2. On considère les événements suivants.

- « L'ordinateur présente au moins un défaut » ;
- « L'ordinateur ne présente que le défaut d'écran ».

a) Traduire ces 2 événements à l'aide de E et C.

b) Calcule leur probabilité.

Exercice 10 :

On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens.

- 19 % de l'effectif total est en classe Terminale ;
- parmi ces élèves de Terminale, 55 % sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85 % ;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles a été de $\frac{8}{19}$.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs regroupant les résultats au baccalauréat :

Éleves	**Garçons**	**Filles**	**TOTAL**
Réussite			
Échec		24	
TOTAL			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de Terminale. On considère les événements suivants :

- G : « l'élève est un garçon » ;
- R : « l'élève a eu son baccalauréat ».

Dans la suite, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis à 10^{-2} près.

2. Définir les événements suivants par une phrase :

a) R

b) $\overline{G} \cap R$

3. Calculer les probabilités des événements suivants :

a) $\overline{R}$

b) $\overline{G} \cup \overline{R}$

4. On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 11 :

Une urne contient 4 jetons :

- deux jaunes ;
- un rose ;
- un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3. On considère les événements :
   - R : « Le 1$^{\text{er}}$ jeton tiré est rose » ;
   - J : « Le 2$^{\text{e}}$ jeton tiré est jaune ».

   a) Déterminer $p(\mathrm{R})$ et $p(\mathrm{J})$.

   b) Traduire par une phrase $\mathrm{R} \cap \mathrm{J}$.
   Calculer $p(\mathrm{R} \cap \mathrm{J})$.

   c) Calculer $p(\mathrm{R} \cup \mathrm{J})$.
4. On considère l'événement :
   - N :« Aucun jeton tiré n'est jaune ».

   a) Calculer $p(\mathrm{N})$.

   b) Exprimer $\overline{\mathrm{N}}$ par une phrase.

   c) Calculer $p\left(\overline{\mathrm{N}}\right)$.

9. Statistiques

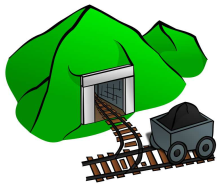
Exercice 1 :

Le minerai de fer de la mine des sept nains contient 40 % de fer pur.

1. Les sept nains ont extrait 75 kg de minerai de fer pour fabriquer l'armure du cheval du prince charmant qui est en fer pur (l'armure, pas le cheval !).

   Combien pèsera cette armure ?
2. Ils ont par ailleurs besoin de 150 kg de fer pur. Quelle masse de minerai leur faut-il encore extraire pour l'obtenir ?

3. Sur les 150 kg de fer pur, 18 kg vont être transformés en épée pour le prince charmant. Quel pourcentage du fer pur va devenir épée ?



Exercice 2 :

De 1985 à 2010, les températures moyennes relevées au mois de janvier dans la ville de Luxembourg sont les suivantes.

-4,4 ; 1,1 ; -4,3 ; 4,3 ; 2,1 ; 2,4 ; 0,8 ; 0,6 ; 2,7 ; 2,4 ; 1,0 ; -1,2 ; -2,4 ; 2,1 ; 2,9 ; 1,7 ; 1,8 ; 1,6 ; 0,3 ; 1,5 ; 3,2 ; 0,9 ; 6,1 ; 5,1 ; -0,7 ; -0,9.

(source : `http://www.statistiques.public.lu`)

1. Déterminer les quartiles et la médiane de cette série.

2. Interpréter les valeurs trouvées en écrivant deux phrases sans utiliser les mots :

a) quartile ;

b) médiane.

Exercice 3 :

Nathalina lance un dé à 6 faces 200 fois.
À partir des résultats présentés dans le tableau, calculer la moyenne des nombres indiqués par le dé.

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquences en %	15	16,5	16	14	18,5	20

Exercice 4 :

Une grande enseigne de magasin de meubles a fait tester la solidité des tiroirs de meubles de cuisine avant commercialisation.
Un robot a ouvert et fermé inlassablement des tiroirs jusqu'à ce qu'ils cassent. Le tableau suivant indique le pourcentage de tiroirs cassés lors des tests en fonction du nombre d'ouvertures/fermetures au moment de la rupture du tiroir.

Point de rupture	Fréquence en %
$[0;5\,000[$	8
$[5\,000;25\,000[$	17
$[25\,000;50\,000[$	45
$[50\,000;150\,000[$	18
$[150\,000;200\,000]$	12

Quel est le nombre d'ouvertures/fermetures moyen avant qu'un tiroir ne casse ?

Exercice 5 :

Le montant des dépenses (en euros) de chaque client lors d'une journée de soldes a été relevé et trié dans le tableau ci-dessous où les fréquences sont exprimées en pourcentage.

Classe	[10 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Fréquences	15	25	10	20	10	20

1. Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes.
2. Déterminer par lecture graphique, une approximation
   - de la médiane ;
   - du premier quartile ;
   - du troisième quartile.
3. Interpréter ces résultats.
4. Déterminer une approximation de la moyenne.

   La lecture graphique est-elle possible ?

   Interpréter ce résultat.

Exercice 6 :

Une agence bancaire a réalisé une enquête de marché sur la possibilité de faire payer les chèques bancaires aux clients émetteurs. 1500 chèques ont été étudiés.
Ils sont classés suivant leur montant, exprimé en euros, et les résultats de cette enquête figurent dans le tableau suivant.

Classe	Effectif n_i
$[0;20[$	16
$[20;40[$	41
$[40;60[$	94
$[60;80[$	165
$[80;100[$	220
$[100;120[$	300
$[120;140[$	253
$[140;160[$	237
$[160;180[$	95
$[180;200[$	54
$[200;220]$	25

1. Déterminer le pourcentage de chèques dont le montant est :

a) supérieur ou égal à 160 € ;

b) strictement supérieur à 100 € ;

c) supérieur ou égal à 100 € et strictement inférieur à 160 €.

2. Représenter l'histogramme des fréquences cumulées croissantes. On donnera chaque valeur approchée à 10^{-2} près.

3. On suppose que, dans chaque classe, les éléments sont répartis de manière uniforme.

a) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes.

b) Déterminer de manière graphique, la médiane de cette série statistique.

c) Dans le but de faire payer 20 % des clients, quel montant faut-il choisir comme seuil au-dessous duquel les chèques seront payants ?

d) Lorsque le montant d'un chèque est supérieur à 200 €, la banque décide de taxer à 0,5 % l'encaissement de ce chèque. Écrire un algorithme que doit mettre en place l'informaticien qui programme le logiciel de la banque pour lui permettre d'afficher la taxe en fonction de la valeur du chèque rentré.

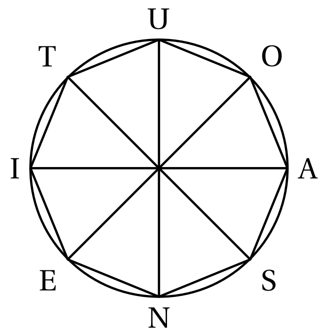
10. TRIGONOMÉTRIE

Exercice 1 :

On représente un octogone AOUTIENS et on considère son cercle circonscrit comme un cercle trigonométrique.

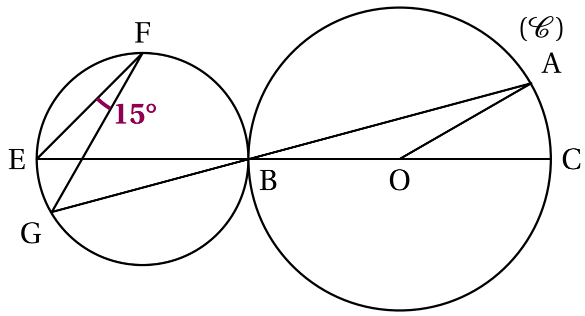
1. Combien mesure chacun des angles au centre formé par deux sommets consécutifs de cet octogone ?

2. A est associé au réel 0. En déduire un réel associé à chacun des autres sommets compris dans l'intervalle $[0\,;2\pi[$.



Exercice 2 :

Sur la figure ci-dessous, le cercle $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O et d'origine C.
Quel est le réel associé au point A sur ce cercle ?



Exercice 3 :

On considère un cercle trigonométrique dans un repère de centre O.

1. Placer le point A associé au réel $\dfrac{\pi}{6}$.

2. Placer ses symétriques :

   a) A_1 par rapport à l'axe des ordonnées ;

   b) A_2 par rapport à l'axe des abscisses ;

   c) A_3 par rapport au point O.

3. Donner les réels associés aux points A_1, A_2 et A_3 :

   a) compris dans l'intervalle $[0;2\pi[$;

   b) compris dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

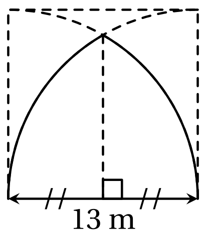
Exercice 4 :

Les nombres x, y et z respectant les conditions ci-dessous existent-ils ?

1. $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin x = -\dfrac{1}{2}$
2. $\cos x = \dfrac{1}{3}$ et $\tan x = -\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$
3. $\tan x = \dfrac{3}{4}$ et $\sin x = -\dfrac{3}{5}$
4. $\cos x = \dfrac{1}{6}$ et $\sin x = -\dfrac{5}{6}$

Exercice 5 :

Jean Saigne, conservateur à Mathyville, a en charge les monuments historiques. Il souhaite installer un luminaire dans la voûte en ogive de la Cathédrale. Le schéma ci-contre présente les mesures prises sur place. La voûte est formée par deux arcs de cercle.



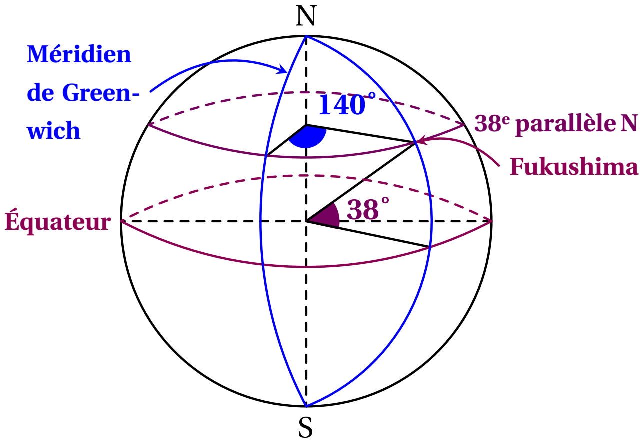
Calculer :

1. la longueur de l'arc de cercle du sol au sommet de la voûte (pour la longueur de fils électriques) ;

2. la hauteur de la voûte (pour choisir le bon échafaudage).

Exercice 6 :

On considère que la Terre est une sphère de rayon 6 371 km.
Depuis la catastrophe de Fukushima, Jean-Michel s'inquiète du nuage radio-actif et souhaiterait connaître à quelle distance de la centrale se trouvent deux de ses proches.
La position de Fukushima est 38° Nord et 140° Est.



Partie A : Sur un méridien

Mike, son correspondant australien, habite à Naracoorte : 37° Sud et 140° Est.

Quelle est la distance entre Mike et Fukushima ?

Partie B : Sur un parallèle

Jean-Michel est d'origine portugaise. Ses grand-parents habitent encore à Beja : 38° Nord et 8° Ouest.

1. Calculer le rayon du 38e parallèle Nord.
2. Calculer la distance entre Beja et Fukushima.

Exercice 7 :

Dans un repère orthonormé (O ; I , J), on considère le cercle trigonométrique .

1. Placer les points M et A de coordonnées respectives $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ et $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MOA}$.
3. Placer les points T et H de coordonnées respectives $\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$ et $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
4. Quelle est la nature du quadrilatère MATH ?

Exercice 8 :

Calculer les valeurs exactes de :

1. $\sin(173\pi)$
2. $\cos(-250\pi)$
3. $\sin\left(\dfrac{7\pi}{3}\right)$
4. $\cos\left(-\dfrac{17\pi}{6}\right)$

5. $\cos\left(\dfrac{53\pi}{2}\right)$

6. $\sin\left(-\dfrac{21\pi}{4}\right)$

Exercice 9 :

En utilisant le cercle trigonométrique et les angles remarquables, déterminer la ou les valeurs exactes de l'angle α qui satisfont les conditions imposées dans chacun des cas ci-dessous :

1. $\sin(\alpha) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\alpha \in [-\pi; \pi]$

2. $\cos(\alpha) = -\dfrac{1}{2}$ et $\alpha \in [0; 2\pi]$

3. $\sin\left(2\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\alpha \in [0; 4\pi]$