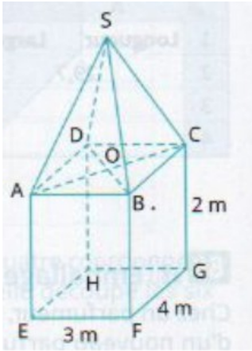
Exercice

Une serre, entièrement vitrée a la forme d'une pyramide reposant sur un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.



S est le sommet de la pyramide et O est le centre du rectangle ABCD et SO est la hauteur.

On donne $SA^2 = 7{,}25\ m^2$

Calculer le volume de la serre

Solution

La serre est composé de deux éléments :

- *Un pavé droit de longueur 4 m, de largeur 3 m et de hauteur 2 m*
- *Une pyramide de base rectangulaire (de 4 m par 3 m) et de hauteur SO.*

Tout d'abord nous avons besoin de calculer la hauteur de la pyramide.

Pour calculer SO, on utilisera deux fois le théorème de Pythagore

Dans le triangle ABC rectangle en B :

d'après le théorème de Pythagore

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 4^2 + 3^2$

$AC^2 = 16 + 9$

$AC^2 = 25$ *donc* $AC = 5$ *m.*

O est le milieu de AC donc AO est égal à 2,5 cm

Dans le triangle SOA rectangle en O :

On sait que $SO^2 = 7{,}25$.

d'après le théorème de Pythagore

$SO^2 = SA^2 - OA^2$

$SO^2 = 7{,}25 - 2{,}5^2$

$SO^2 = 7{,}25 - 6{,}25 = 1$ *donc* $SO = 1$ *m*

Passons au calcul du volume (détaillé dans la vidéo)

Calcul du volume du pavé

$\mathcal{V}_{pavé} = L \times l \times h$

$\mathcal{V}_{pavé} = 4 \times 3 \times 2$

$\mathcal{V}_{pavé} = 24$

la pavé droit a un volume de ***24 cm³***

Calcul du volume de la pyramide

$$\mathcal{V}_{pavé} = \frac{B \times h}{3} = \frac{L \times l \times h}{3}$$

$$\mathcal{V}_{pavé} = \frac{4 \times 3 \times 1}{3}$$

$\mathcal{V}_{pavé} = 4$

la pyramide a un volume de ***4 cm³***

Le volume de la serre est égale à la somme du volume de la pyramide et du volume du pavé

$\mathcal{V}_{total} = 24 + 4 = 28$. *La serre a un volume total de* ***28 m³.***