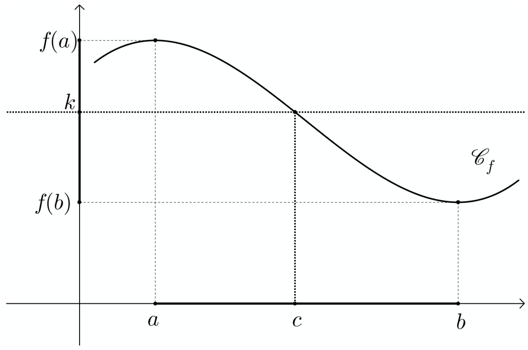
TS [Algorithmique]

Encadrement d'une solution d'une équation par balayage ou dichotomie

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a;b]$ (a et b sont deux réels tels que $a < b$). Si k est un réel entre $f(a)$ et $f(b)$, le corollaire du théorème des valeurs intermédiaire garantit que l'équation $f(x) = k$ possède une unique solution c dans $[a;b]$:



Le but de l'activité est d'élaborer un algorithme permettant d'obtenir un encadrement (d'amplitude e donnée) de la solution c.

$\boxed{\text{I}}$ – Méthode par balayage

La fonction f étant fixée, la méthode est basée sur l'algorithme simple suivant :

Entrée	Saisir a, b, k et e.
Initialisation	Le réel g prend la valeur de a.
Traitement	Tant que k n'est pas entre $f(g)$ et $f(g+e)$: | g prend la valeur de $g+e$ Fin Tant que
Sortie	Afficher les valeurs de g et de $g+e$.

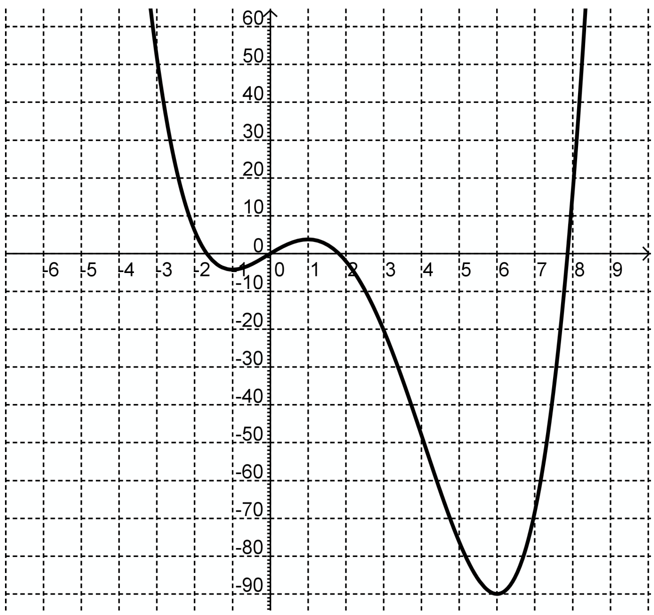
↪ Modéliser l'algorithme précédent grâce au logiciel Algobox.
L'utiliser pour donner un encadrement d'amplitude 10^{-4} de l'unique solution de l'équation $\cos x = \frac{3}{4}$ sur l'intervalle $[0;\ 1,5]$

$\boxed{\text{II}}$ – Méthode par dichotomie

Cette méthode, plus rapide que la précédente, est basée sur l'algorithme suivant :

<table>
<tr><td>Entrée</td><td>Saisir a, b, k et e.</td></tr>
<tr><td>Initialisation</td><td>Le réel g prend la valeur de a,
Le réel d prend la valeur de b,</td></tr>
<tr><td>Traitement</td><td>Tant que $d - g$ est strictement supérieur à e :
| Si k est entre $f(g)$ et $f\left(\frac{g+d}{2}\right)$, alors :
| | d prend la valeur de $\frac{g+d}{2}$
| Fin Si
| Sinon :
| | g prend la valeur de $\frac{g+d}{2}$
| Fin Sinon
Fin Tant que</td></tr>
<tr><td>Sortie</td><td>Afficher les valeurs de g et de d.</td></tr>
</table>

$\hookrightarrow$ Modéliser l'algorithme précédent grâce au logiciel Algobox.
L'utiliser pour donner un encadrement d'amplitude 10^{-6} de chacune des deux solutions de l'équation $0,25x^4 - 2x^3 - 0,5x^2 + 6x = -40$ (exemple étudié en classe).
Rappel du graphe de la fonction $x \mapsto 0,25x^4 - 2x^3 - 0,5x^2 + 6x$:



TS [Algorithmique]

Voici les traductions dans le langage de la calculatrice TI 82 de deux algorithmes permettant d'encadrer la solution c (unique) de l'équation $f(x) = k$ dans $[a; b]$ lorsque f est continue et strictement monotone sur $[a; b]$ (pour une fonction stockée dans Y_1) :

$\boxed{\textbf{Balayage}}$

```
Prompt A, B, K, E
A → G
While (Y₁(G)-K)*(Y₁(G+E)-K)> 0
   G+E → G
End
Disp G,"≤ c ≤",G+E
```

$\boxed{\textbf{Dichotomie}}$

```
Prompt A, B, K, E
A → G
B → D
While D−G>E
   If (Y₁(G)-K)*(Y₁((G+D)/2)-K)<= 0
      Then
      (G+D)/2 → D
      Else
      (G+D)/2 → G
   End
End
Disp G,"≤ c ≤",D
```