SYSTEMES – EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

Parmi les couples (8,0) , (0,-10,5) , (3,1) , (5,2), lequel est solution du système $\begin{cases} 2x+3y=16 \\ 5x-2y=21 \end{cases}$

Exercice n°2.

Résoudre par substitution : 1) $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-5y=-21 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x-3y=-48 \\ x+11y=16 \end{cases}$

Exercice n°3.

Résoudre par combinaison : 1) $\begin{cases} x+2y=9 \\ 3x-2y=3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-5y=5 \\ -3x+y=3 \end{cases}$

Exercice n°4.

Résoudre graphiquement : 1) $\begin{cases} x=y-5 \\ x+y=13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ -4x+y+9=0 \end{cases}$

Exercice n°5.
Résoudre selon la méthode de votre choix :

1) $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+11y=-6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 15x-14y=-3 \\ 12x+7y=5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x-5y+8=0 \\ x-7y-15=0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y=6 \\ \frac{1}{9}x-\frac{1}{4}y=-1 \end{cases}$

Exercice n°6.

Résoudre les systèmes: 1) $S_1:\begin{cases} (1+\sqrt{2})x-y=2+\sqrt{2} \\ x+(1-\sqrt{2})y=\sqrt{2} \end{cases}$ 2) $S_2:\begin{cases} x\sqrt{2}+y=-1 \\ 3x+y\sqrt{2}=0 \end{cases}$

Exercice n°7.
On considère le système ci-dessous, où x et y sont les inconnues réelles, et a un nombre réel donné : $\begin{cases} (a+2)x-6y=2a+2 \\ ax+(a-8)y=3a \end{cases}$. A chaque valeur du nombre a correspond un système différent.
Résoudre ce système pour : 1) $a=4$ 2) $a=-4$ 3) $a=2$

Exercice n°8.

1) Résoudre le système : $\begin{cases} 5u+2v=26 \\ 2u-3v=-1 \end{cases}$

2) Déduire de la question précédente la résolution des systèmes 1) $\begin{cases} 5x+2y^2=26 \\ 2x-3y^2=-1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{5}{x}+\frac{2}{y}=26 \\ \frac{2}{x}-\frac{3}{y}=-1 \end{cases}$

Exercice n°9.

1) Résoudre le système : $\begin{cases} 4X+7Y=3 \\ 5X+9Y=2 \end{cases}$

2) Déduire de la question précédente la résolution du $\begin{cases} \frac{4}{x-2}+\frac{7}{y+1}=3 \\ \frac{5}{x-2}+\frac{9}{y+1}=2 \end{cases}$

Exercice n°10.
Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} 2x^2-3\sqrt{y}=-1 \\ 6x^2-7\sqrt{y}=3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sqrt{x-3}+y\sqrt{5}=1 \\ 4\sqrt{x-3}+y\sqrt{45}=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{20} \\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{41}{400} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2}{3(x-1)}+\frac{3}{y-2}=2 \\ \frac{1}{x-1}+\frac{4}{y-2}=0 \end{cases}$

SYSTEMES – CORRECTION

Exercice n°1

Un couple est solution d'un système si et seulement chacune des équations est vérifiée conjointement par les deux valeurs du couple.

Pour savoir si le couple (8,0) est solution du système $\begin{cases}2x+3y=16\\5x-2y=21\end{cases}$, on vérifie si chacune des deux égalités est vérifiée en remplaçant x par 8 et y par 0. On calcule : $2\times8+3\times0=16$ et $5\times8-2\times0=40$.

La deuxième égalité n'étant pas vérifiée, le couple (8,0) N'EST PAS solution du système

Le deuxième couple N'EST PAS solution du système car cette fois c'est la première égalité qui n'est pas vérifiée.

Le troisième couple ne vérifie aucune des deux équations, donc il n'est pas solution du système.

Enfin, le couple (5,2) EST SOLUTION du système, car $\begin{cases}2\times5+3\times2=16\\5\times5-2\times2=21\end{cases}$.

Exercice n°2

La méthode de **substitution** consiste à exprimer une inconnue en fonction de l'autre dans une des deux équations, et à substituer cette expression dans la deuxième équation

1) Si un système est de la forme $\begin{cases}ax+by=c & L_1\\a'x+b'y=c' & L_2\end{cases}$ avec $ab'-a'b\neq0$, il admet une unique solution.

Comme $1\times(-5)-3\times1\neq0$, le système admet une unique solution

$\begin{cases}x+y=1 & L_1\\3x-5y=-21 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x & L_1\\3x-5y=-21 & L_2\end{cases}$ expression d'une inconnue en fonction de l'autre

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x & L_1\\3x-5(1-x)=-21 & L_2\end{cases}$ substitution de cette expression dans l'autre équation

$\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x & L_1\\3x+5x=-16 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-(-2) & L_1\\x=-2 & L_2\end{cases}$

$\boxed{\Leftrightarrow\begin{cases}y=3 & L_1\\x=-2 & L_2\end{cases}}$. Ainsi $\boxed{S=\{(-2;3)\}}$

2) Comme $7\times11-1\times(-3)\neq0$, le système admet une unique solution

$\begin{cases}7x-3y=-48 & L_1\\x+11y=16 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7(16-11y)-3y=-48 & L_1\\x=16-11y & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}112-77y-3y=-48 & L_1\\x=16-11y & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-80y=-160 & L_1\\x=16-11y & L_2\end{cases}$

$\boxed{\Leftrightarrow\begin{cases}y=2 & L_1\\x=-6 & L_2\end{cases}}$. Ainsi $\boxed{S=\{(-6;2)\}}$

Exercice n°3

La méthode de combinaison consiste à effectuer des opérations entre les lignes afin d'éliminer des inconnues

1) Comme $1\times(-2)-3\times2\neq0$, le système admet une unique solution

$\begin{cases}x+2y=9 & L_1\\3x-2y=3 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+6y=27 & 3L_1\\3x-2y=3 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6y-(-2y)=27-3 & 3L_1-L_2\\3x-2y=3 & L_2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}8y=24 & 3L_1-L_2\\3x=3+2y & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3 & 3L_1-L_2\\x=\dfrac{3+2y}{3} & L_2\end{cases}\boxed{\Leftrightarrow\begin{cases}y=3 & 3L_1-L_2\\x=3 & L_2\end{cases}}$. Ainsi $\boxed{S=\{(3;3)\}}$

2) Comme $3\times1-(-3)\times(-5)\neq0$, le système admet une unique solution

$\begin{cases}3x-5y=5 & L_1\\-3x+y=3 & L_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=5+5y & L_1\\-5y+y=5+3 & L_2+L_1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5+5y}{3} & L_1\\-4y=8 & L_2+L_1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5+5y}{3} & L_1\\y=-2 & L_2+L_1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5-5\times2}{3} & L_1\\y=-2 & L_2+L_1\end{cases}\boxed{\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-5}{3} & L_1\\y=-2 & L_2+L_1\end{cases}}$. Ainsi $\boxed{S=\left\{\left(-\dfrac{5}{3};-2\right)\right\}}$

Exercice n°4

La résolution graphique consiste à considérer chaque équation du système comme une équation de droite, à tracer ces droites dans un repère, et à déterminer s'il existe, le point d'intersection de ces droites. Ses coordonnées seront solutions du système puisqu'elles vérifieront chaque équation de droite.

1) Système $\begin{cases} x = y-5 & D_1 \\ x+y=13 & D_2 \end{cases}$

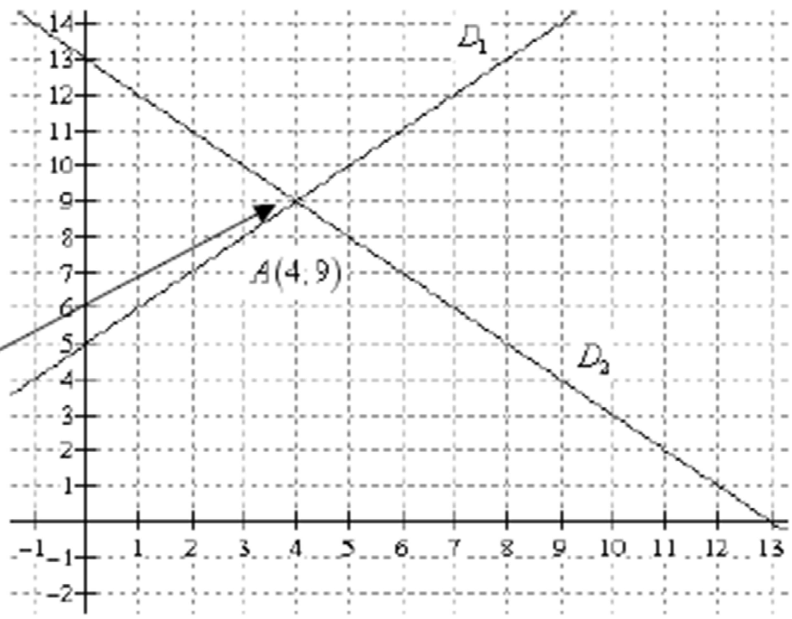
On considère la droite D_1 d'équation $x = y-5 \Leftrightarrow y = x+5$.

Elle passe par les deux points (0 ;5) et (-5 ;0)

On considère la droite D_2 d'équation $x+y=13 \Leftrightarrow y=-x+13$.

Elle passe par les deux points (0 ;13) et (13 ;0)

Ces deux droites sont tracées dans le repère ci-contre



Elles sont sécantes au point $A(4;9)$.

Ainsi $\boxed{S=\{(4;9)\}}$

2) Système $\begin{cases} 2x+y-3=0 & D_1 \\ -4x+y+9=0 & D_2 \end{cases}$

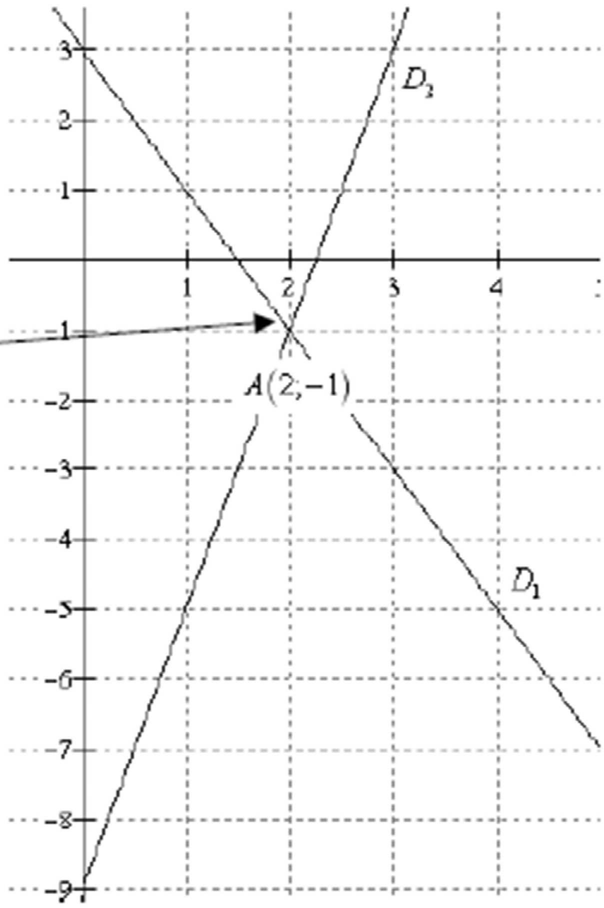
On considère la droite D_1 d'équation $2x+y-3=0 \Leftrightarrow y=-2x+3$.

Elle passe par les deux points (0 ;3) et (5 ;-7)

On considère la droite D_2 d'équation $-4x+y+9=0 \Leftrightarrow y=4x-9$.

Elle passe par les deux points (0 ;-9) et (3 ;3)

Ces deux droites sont tracées dans le repère ci-contre :



Elles sont sécantes au point $A(2;-1)$.

Ainsi $\boxed{S=\{(2;-1)\}}$

Exercice n°5

1) Comme $7\times 11-4\times(-3)\neq 0$, le système admet une unique solution

$$\begin{cases} 7x-3y=5 & L_1 \\ 4x+11y=-6 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28x-12y=20 & 4L_1 \\ 28x+77y=-42 & 7L_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+3y}{7} & L_1 \\ 77y-(-12y)=-42-20 & 7L_2-4L_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+3y}{7} & L_1 \\ 89y=-62 & 7L_2-4L_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+3\times\frac{62}{89}}{7}=\dfrac{37}{89} & L_1 \\ y=-\dfrac{62}{89} & 7L_2-4L_1 \end{cases}$$

Ainsi $\boxed{S=\left\{\left(\dfrac{37}{89};-\dfrac{62}{89}\right)\right\}}$