

III - REPONSE D'UN DIPOLE (RC) à un ECHELON DE TENSION permettant la DECHARGE du CONDENSATEUR

1. ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE

(à connaître par cœur)

Jusqu'à $t_0 = 0$, le condensateur était chargé : $u_{C(0)} = u_{C\max} = E$
(tension aux bornes du **générateur** qui l'a chargé avant)

A $t_0 = 0$, on ouvre l'interrupteur (K) : le condensateur se décharge.

Les conventions d'orientation étant respectées :

Tension aux bornes d'un fil : $u_{fil} = 0$

Tension aux bornes de l'**interrupteur** : $u_K = 0$ quand interrupteur fermé

Tension aux bornes du condensateur : $u_c = \frac{q}{C}$

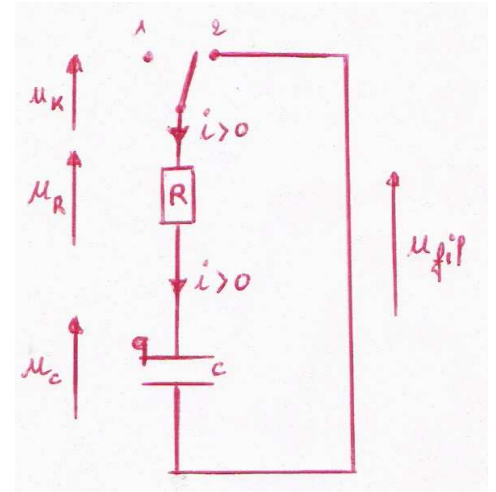
D'après la loi d'Ohm, tension aux bornes du **conducteur ohmique**
 $u_R = R \cdot i$

L'intensité instantanée du courant est définie par : $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt}$
(en fonction de q puis de u_c)

D'après la loi d'additivité des tensions : ~~u_K~~ + $u_R + u_c = 0$

D'où l'équation différentielle (ordonnée) : $R \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

ou, en divisant par $R \times C$: $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_c = 0$



sens > 0
identique à celui
choisi pour la charge
du condensateur (II-2.)

2. RESOLUTION ANALYTIQUE dans le cas de LA DECHARGE du CONDENSATEUR (par cœur)

Au III- 1., on a établi l'équation différentielle : $\frac{du_c}{dt} = - \frac{1}{RC} \times u_c$ (équation ①)

☞ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Analogie mathématique : } y' = a y + b \quad (\text{variable « t » et non « x »}) \\ \text{La solution générale de cette équation différentielle est : } y = k \cdot e^{-at} - \frac{b}{a} \end{array} \right\}$

☞ Identifions les coefficients mathématiques et physiques :

$$a = - \frac{1}{RC} \quad ; \quad b = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{b}{a} = 0$$

Donc la solution générale de l'équation ① est : $u_c = k \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

☞ Le coefficient k est déterminé d'après les conditions initiales : voir 1.) : à $t_0 = 0$, $u_{c(0)} = u_G = E$

Mais, d'après l'expression de la solution générale , $u_{c(0)} = k \cdot e^0 = k \Rightarrow k = E$

Donc la solution générale de l'équation ① est :

(en régime transitoire)

$$u_c = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

3. CONSTANCE DE TEMPS DU DIPOLE (RC)

. Détermination de la constante de temps

- 1^{ère} possibilité (calcul) : on connaît **R** et **C** : on calcule $\tau = R \cdot C$

(cas particulier : si **R = 0** , $\tau = 0$: la décharge du condensateur est instantanée :
(c'est le cas lorsqu'on décharge du condensateur dans un fil)

- 2^{ème} possibilité, méthode numérique (graphique) :

On dispose de l'oscillogramme $u_c = f(t)$ → on détermine la valeur de $u_c(\tau) = u_c(R \cdot C)$

$$u_c(\tau) = E \cdot e^{-\frac{RC}{RC}} = E \cdot e^{-1} = 0,37 \cdot E$$

On obtient la valeur de τ par lecture graphique : « c'est l'abscisse du point d'ordonnée « $0,37 \cdot E$ »
sur la courbe $u_c(t)$ »
(à connaître par cœur)

Elle correspond donc à la durée nécessaire au condensateur pour atteindre une charge égale à
 $0,37$ % de sa valeur initiale (= E)
(le condensateur s'est déchargé de 63 % de sa charge initiale)

- 3^{ème} possibilité, méthode de la tangente à l'origine (graphique, peu précise) :

On dispose de l'oscillogramme $u_c = f(t)$ → on trace la tangente à l'origine de la courbe $u_c(t)$

On obtient la valeur de τ par lecture graphique : « c'est le point d'intersection entre la tangente à l'origine et
l'asymptote horizontale (axe des temps du graphe)
de la courbe $u_c(t)$ »
(à connaître par cœur)

A COMPLETER SUR LE POLY POUR LUNDI 4 JANVIER



4. INTENSITE du courant dans le CIRCUIT pendant la DECHARGE DU CONDENSATEUR

Avec les conventions d'orientation définies au III-1. , $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ (car $q = C \cdot u_c$)

or $u_c = \dots\dots\dots$ (voir fin du III-2.)

⇒ au cours de la décharge d'un condensateur, l'intensité du courant dans le circuit s'écrit (dérivez u_c et multipliez
par C)

$i = \dots\dots\dots$

- A noter : pour $t_0 = 0$, $i = h(t)$ est discontinue : (voir courbe $i = h(t)$ – décharge, sur poly)

juste avant la fermeture du circuit de charge $i_0 = 0$ tandis que juste après la fermeture du circuit

$i_0 = i(0) = \dots\dots\dots$ (à calculer avec formule de la fin du III-2.)

- Quand la décharge du condensateur est terminée (en théorie, quand $t \rightarrow \infty$) :

$\dots\dots\dots$: l'intensité du courant est nulle

L'intensité du courant au cours du régime transitoire $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$ (à rédiger en classe le 4)