

# TS : exercices de bac (conditionnement et indépendance)

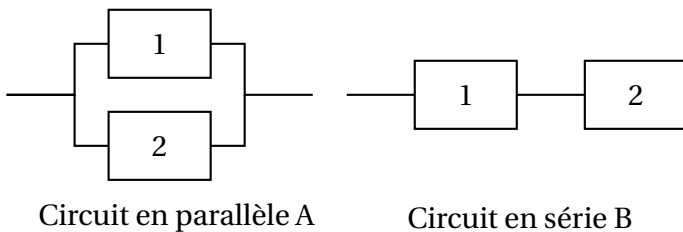
## I Antilles-Guyane juin 2015 (extrait)

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note  $D_1$  l'évènement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note  $D_2$  l'évènement « le composant 2 est défaillant avant un an ».

On suppose que les deux évènements  $D_1$  et  $D_2$  sont indépendants et que

$$P(D_1) = P(D_2) = 0,39.$$

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



- Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
- Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

## II Asie juin 2013 (extrait)

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième.

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur A et 20 % chez le fournisseur B.

10 % des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20 % de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les évènements suivants :

- évènement A : « la boîte provient du fournisseur A »;
- évènement B : « la boîte provient du fournisseur B »;
- évènement S : « la boîte présente des traces de pesticides ».

- Traduire l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
- Quelle est la probabilité de l'évènement  $B \cap \bar{S}$ ?
  - Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
- On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B?

## III Liban juin 2018

Un jeu de hasard sur ordinateur est paramétré de la façon suivante :

- Si le joueur gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est  $\frac{1}{4}$ ;
- Si le joueur perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est  $\frac{1}{2}$ ;
- La probabilité de gagner la première partie est  $\frac{1}{4}$ .

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $G_n$  l'évènement « la  $n^{\text{e}}$  partie est gagnée » et on note  $p_n$  la probabilité de cet évènement. On a donc  $p_1 = \frac{1}{4}$ .

- Montrer que  $p_2 = \frac{7}{16}$ .
- Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  non nul, 
$$p_{n+1} = -\frac{1}{4}p_n + \frac{1}{2}$$
.
- On obtient ainsi les premières valeurs de  $p_n$  :

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$p_n$	1	0,4375	0,3906	0,4023	0,3994	0,4001	0,3999

Quelle conjecture peut-on émettre?

4. On définit, pour tout entier naturel  $n$  non nul, la suite  $(u_n)$  par  $u_n = p_n - \frac{2}{5}$ .
- Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison.
  - En déduire que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $p_n = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ .
  - La suite  $(p_n)$  converge-t-elle? Interpréter ce résultat.

#### IV Pondichéry avril 2013 (extrait)

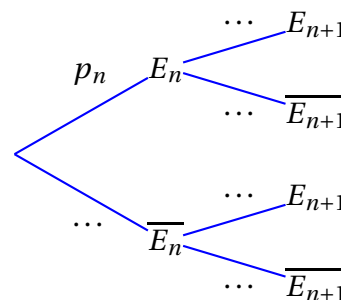
Dans une entreprise, on s'intéresse à la probabilité qu'un salarié soit absent durant une période d'épidémie de grippe.

- Un salarié malade est absent
- La première semaine de travail, le salarié n'est pas malade.
- Si la semaine  $n$  le salarié n'est pas malade, il tombe malade la semaine  $n + 1$  avec une probabilité égale à 0,04.
- Si la semaine  $n$  le salarié est malade, il reste malade la semaine  $n + 1$  avec une probabilité égale à 0,24.

On désigne, pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1, par  $E_n$  l'évènement « le salarié est absent pour cause de maladie la  $n$ -ième semaine ». On note  $p_n$  la probabilité de l'évènement  $E_n$ .

On a ainsi :  $p_1 = 0$  et, pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1 :  $0 \leq p_n < 1$ .

- Déterminer la valeur de  $p_3$  à l'aide d'un arbre de probabilité.
  - Sachant que le salarié a été absent pour cause de maladie la troisième semaine, déterminer la probabilité qu'il ait été aussi absent pour cause de maladie la deuxième semaine.
- Recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilité donné ci-dessous



- Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1,  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,04$ .
- Montrer que la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 1 par  $u_n = p_n - 0,05$  est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison  $r$ .  
En déduire l'expression de  $u_n$  puis de  $p_n$  en fonction de  $n$  et  $r$ .
- En déduire la limite de la suite  $(p_n)$ .
- On admet dans cette question que la suite  $(p_n)$  est croissante. On considère l'algorithme suivant :

Variables	K et J sont des entiers naturels, P est un nombre réel
Initialisation	P prend la valeur 0 J prend la valeur 1
Entrée	Saisir la valeur de K
Traitement	Tant que $P < 0,05 - 10^{-K}$ P prend la valeur $0,2 \times P + 0,04$ J prend la valeur J + 1 Fin tant que
Sortie	Afficher J

À quoi correspond l'affichage final J?  
Pourquoi est-on sûr que cet algorithme s'arrête?